

Saker att kunna med Geogebra

Räta linjer och ekvationssystem

Notera att vissa grunder, så som t.ex allmän inmatning, inte tas upp här.

Dessa har (förhoppningsvis) tagits upp i tidigare Geogebra-instruktioner för matte 1.

Se https://thelberg.com/ma1/geogebra_ma1c.pdf för detaljer.

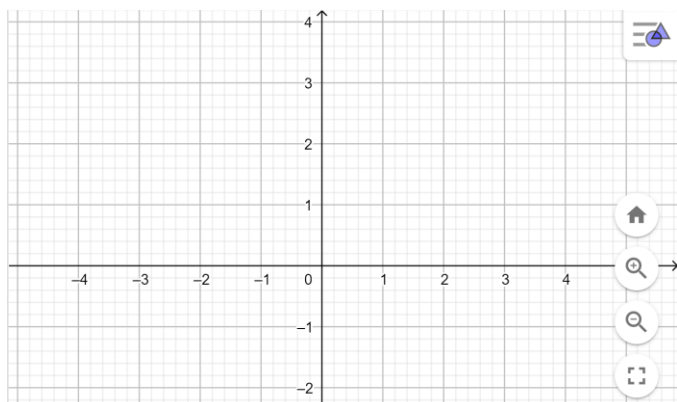
Översikt på detta kapitel:

1. Skala om x-axeln och y-axeln var för sig och zooma in och ut.
2. Sätta ut bestämda punkter i koordinatsystemet.
3. Hantera decimaltal genom att skriva "."
4. Ta fram en rät linje igenom precis två givna punkter
5. Kunna växla mellan allmän form och k-form på en given linje.
6. Ta fram en linjes ekvation igenom två ELLER FLER punkter.
7. Kunna beräkna avsaknade koordinater. "Kunna bestämma x om man vet y och tvärtom"
8. Kunna lösa ett ekvationssystem
- (9. Kunna hantera glidare)

1. Skala om x-axeln och y-axeln var för sig och zooma in och ut.

Ofta behöver man få en bättre uppfattning om en graf än standardinställningen, (T.ex. så kan hela eller viktiga delar av grafen vara utanför bild)

Då behöver man kunna justera visandet av koordinatsystemet efter behov.

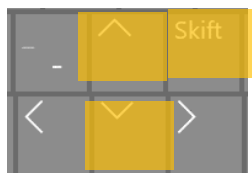


Klicka någonstans i koordinatsystemet

Håll inne SHIFT och tryck på piltangenterna samtidigt.



Höger och vänster skalar om x-axeln



Upp och ned skalar om y-axeln

Zoomning kan också göras via ikonerna i koordinatsystemet.



Återställer så att zoompunkten är i mitten, och så att axlarna är på standard (-5 till 5 på x-axeln och -3 till 3 på y-axeln)

Zoomar in mitt i bilden

Zoomar ut mitt i bilden

2. Sätta ut bestämda punkter i koordinatsystemet

Punkter skrivs genom att ange en parentes och sedan i parentesen skriva koordinaterna, separerade med komma.

Punkterna får då namn i form av en stor bokstav, A, B, C osv

$$A = (1, 2)$$



$$B = (3, 4)$$



3. Hantera decimaltal genom att skriva "."

Alla decimalkomman skrivs som "." medan "," t.ex. används för att separera x och y i en koordinat

$$A = (1.2, 3.5)$$



$$B = (1.6, -1.3)$$



4. Ta fram en rät linje genom två givna punkter.

Skriv in punkterna och sedan kommandot `Linje(Punkt, Punkt)`

Exempelvis: Bestäm ekvationen för en rät linje genom punkterna (2,4 ; 1) och (3,6 ; 0,4)

Skriv först in punkterna (som här får namnen A och B), och därefter `Linje (A, B)`

$$A = (2.4, 1)$$



$$B = (3.6, 0.4)$$



$$f : \text{Linje}(A, B)$$



$$\rightarrow 0.6x + 1.2y = 2.64$$

Notera att linjen då presenteras på **allmän form**.

Önskar man istället ha den på **k-form**, se punkt 5

5. Kunna växla mellan allmän form och k-form på en given linje.

Om man har en linje skriven på en viss form och vill byta till den andra.

T.ex. när kommandot "Linje" (se punkt 4), ger allmän form som svar och man istället vill ha k-form.

Högerklicka på linjen:

The screenshot shows a software interface with a list of points and a context menu. The list contains:

- A = (2.4, 1)
- B = (3.6, 0.4)
- f : Linje(A, B)
→ $0.6x + 1.2y = 2.4$

A context menu is open over the selected line, showing the following options:

- Linje f: Linje A, B
- Ekvation $y = kx + m$
- Parameterform
- Ekvation $ax + by + c = 0$

In the background, a coordinate grid is visible with a line passing through the points A and B.

Välj "Ekvation $y = kx + m$ ":

The screenshot shows the software interface after selecting the "Ekvation $y = kx + m$ " option. The list now shows:

- f : Linje(A, B)
→ $y = -0.5x + 2.2$

The context menu is no longer visible.

6. Ta fram en linje igenom två ELLER FLER punkter.

Skriv in punkterna och sedan kommandot `RegressionLin(Punkt, Punkt, Punkt...)`

För precis två punkter ges den enda möjliga linje igenom dessa.

För FLER ÄN TVÅ punkter ges "den bästa kompromisslinjen" för dessa punkter.

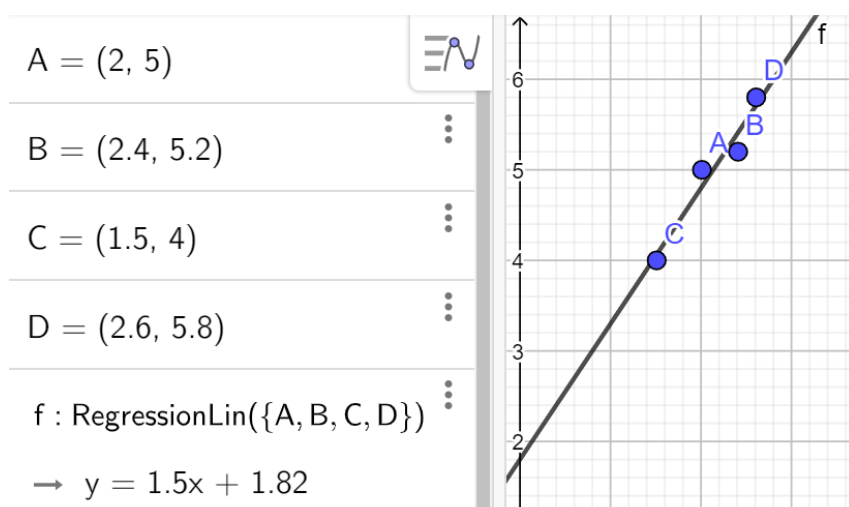
Skillnaden mellan kommandot `Linje` och kommandot `RegressionLin` är att `Linje` bara funkar med precis två punkter, och att `Linje` ger allmän form som svar, medan `RegressionLin` alltid ger `k`-form som svar.

Exempelvis: Hitta den bästa linjen som passerar (2,5) , (2,4 ; 5,2) , (1,5 ;4) och (2,6 ; 5,8)

Skriv in punkterna. De får med detta exempel då namnen A, B, C, D

Skriv sedan in `RegressionLin` följt av alla punkter som ska ingå (åtskiljda med komma)

I detta exempel A,B,C,D.



7. Kunna beräkna avsaknade koordinater. "Kunna bestämma x om man vet y , och tvärtom"

Detta kan göras på många sätt, exempelvis via Lös-kommandot, eller via funktionshantering. Se instruktionsfilen för matte 1c för detaljer

https://thelberg.com/ma1/geogebra_ma1c.pdf

Här visas istället metoden med Skärning, som alltid fungerar oavsett om det är x eller y som är känd

Exempelvis: Punkten $(22, a)$ ligger på linjen $y = 2,5x - 2$.

Bestäm värdet på a .

Skriv in linjen (kom ihåg "." när decimalkommat ska skrivas)

$$f(x) = 2.5x - 2$$

(den fick i detta fall namnet f)

Skriv sedan in den givna koordinaten. I detta fall var x -värdet givet, dvs $x = 22$

$$\text{Ekv1} : x = 22$$

(detta motsvarar en vertikal linje, som fick namnet Ekv1)

Nu fås det saknade y -värdet som Skärningen mellan dessa.

Använd kommandot Skärning(Objekt, Objekt):

där "Objekt" syftar på de båda namnen. I detta fall alltså, f och Ekv1

(kom ihåg stor bokstav i Ekv1)

$$A = \text{Skärning}(f, \text{Ekv1})$$

$$\rightarrow (22, 53)$$

a -värdet är alltså 53.

Exakt samma tänk funkar om man istället söker x -värdet och vet y -värdet.

-

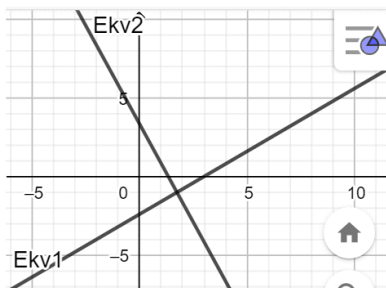
8. Kunna lösa ett ekvationssystem (= Hitta skärningspunkt mellan två linjer)

Ekvationssystem kan lösas grafiskt genom *Skärning*, eller via kommandot *Lös*

Exempel: Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 4x - 5y = 12 \\ 6x + 2,4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{Ekv1} : 4x - 5y = 12$$

$$\text{Ekv2} : 6x + 2,4y = 8$$



Skriv in de båda ekvationerna var för sig.
De får då namn på formen
"Ekv1" respektive "Ekv2"

Samtidigt som de skrivs in dyker också deras respektive grafer upp i koordinatsystemet (men inte om det hade varit tre variabler)

Lösningen motsvarar skärningspunkten

Om det är två variabler kan kommandot "Skärning" användas för att hitta lösningen.

$$A = \text{Skärning}(\text{Ekv1}, \text{Ekv2})$$

$$\rightarrow (1.73737, -1.0101)$$

Skriv då Skärning och de båda linjernas namn. I detta fall:
Skärning (Ekv1, Ekv2)

Observera att **det är noga med stora och små bokstäver**, så "Ekv1" kräver stort E

Ekvationssystemets lösning är:

$$x \approx 1,74 \text{ och } y \approx -1,01$$

Den andra varianten som alltid fungerar, dvs även för tre variabler, är **kommandot: Lös**

Den största skillnaden mellan metoderna är att Lös ger *exakta svar* och att

Lös fungerar även för tre variabler.

Börja, som tidigare, med att skriva in båda ekvationerna.

$$\text{Ekv1} : 4x - 5y = 12$$

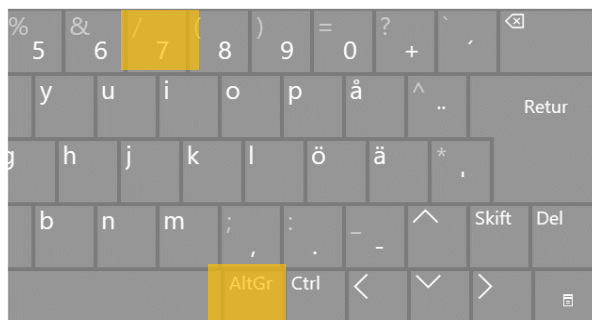
$$\text{Ekv2} : 6x + 2,4y = 8$$

För att Lös-kommandot ska förstå att dessa båda ekvationer bildar ett ekvationssystem behöver man skriva en "måsvinge"

Denna skrivs med AltGr och 7

(notera att måsvingen vänd åt andra hållet skrivs automatiskt när den första skrivs)

}



För att lösa ekvationssystemet med Ekv1 och Ekv2:

$\text{Lös}\{\{\text{Ekv1}, \text{Ekv2}\}\}$

$$I1 = \text{Lös}\{\{\text{Ekv1}, \text{Ekv2}\}\}$$

$$\rightarrow \left\{ \left\{ x = \frac{172}{99}, y = \frac{-100}{99} \right\} \right\}$$

De exakta lösningarna är $x = \frac{172}{99}$ och $y = -\frac{100}{99}$


(Önskar man istället decimalsvar, kan man trycka på ungefär-lika-med-symbolen)




9. Kunna hantera glidare

Skriv in glidarens namn genom att ange en bokstav (eller ett ord)

$k = 1$

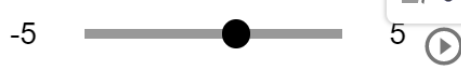


$m = 1$




Skriv in en formel som innehåller glidarna.

$k = 1$



$m = 1$

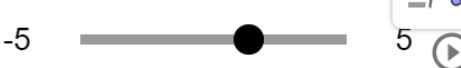


$f(x) = kx + m$


→ $1x + 1$

Genom att ändra på glidarna kommer linjens utseende ändras

$k = 1.5$

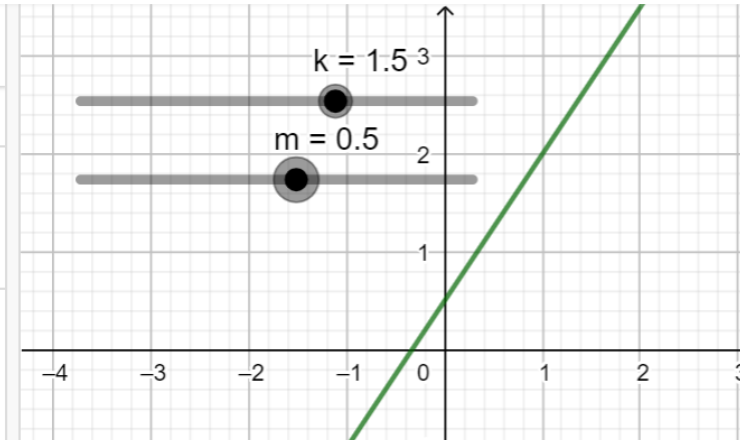


$m = 0.5$



$f(x) = kx + m$

→ $1.5x + 0.5$



Önskar glidarnas gränser ändras kan man klicka på gränserna.

$m = 0.5$



...och skriva in nya värden. Steglängd = hur tätt värdena stegas fram.

$m = 0.5$

≤ m ≤ Steglängd