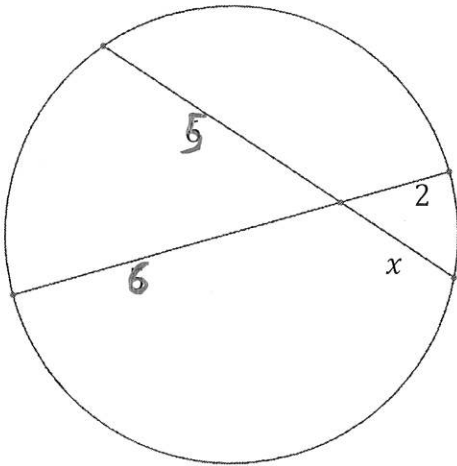


Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Figuren nedan visar en cirkel med två kordor och några mått inritade.



Bestäm längden av sträckan x

Kordasatsen \Rightarrow "Längre delsträckorna på varje korda och sätt svaren lika" (2/0/0)

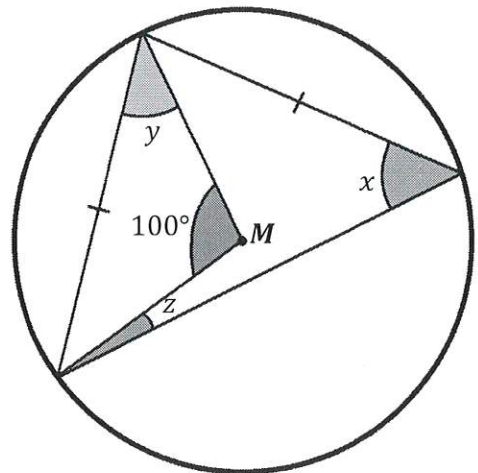
$$6 \cdot 2 = 5 \cdot x \Rightarrow 12 = 5 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2,4$$

2. Till höger visas en cirkel med medelpunkt M , och en likbent triangel med samtliga sina hörn på cirkelns rand, samt ett antal markerade vinklar.

a) Bestäm vinkel x

(1/0/0)

x är randvinkel till $100^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$



b) Bestäm vinkel y

(1/0/0)

Triangeln är likbent

\Rightarrow Basvinklarna lika $\Rightarrow y = 40^\circ$

c) Bestäm vinkel z

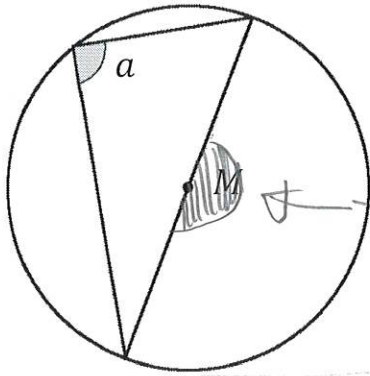
(0/1/0)

Triangeln är likbent $\Rightarrow y + z = 50^\circ$

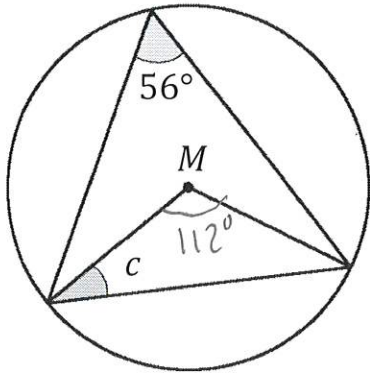
$\Rightarrow z = 10^\circ$

3. Figuren nedan visar fyra cirklar med sin medelpunkt markerad med M
 Bestäm vinklarna a, b, c, d och e

(4/1/0)



Mittvinkeln = 180°
 \Rightarrow Randvinkeln = 90°
 $\Rightarrow a = 90^\circ$

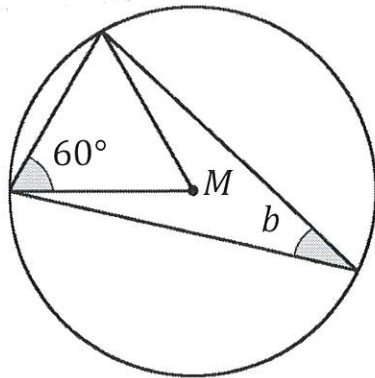


Randvinkeln = 56°
 \Rightarrow Mittvinkeln = 112°

Likbent triangel



$\Rightarrow 2c + 112^\circ = 180^\circ$
 $2c = 68^\circ$
 $c = 34^\circ$



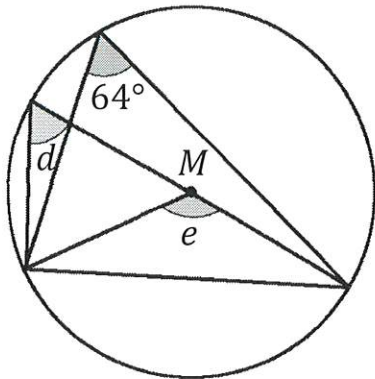
Triangeln  är likbent

OCH liksidig (basvinkel = 60°)

\Rightarrow Mittvinkeln = 60°

\Rightarrow Randvinkeln = 30°

$\Rightarrow b = 30^\circ$



e är Mittvinkel till Randvinkeln $64^\circ \Rightarrow$

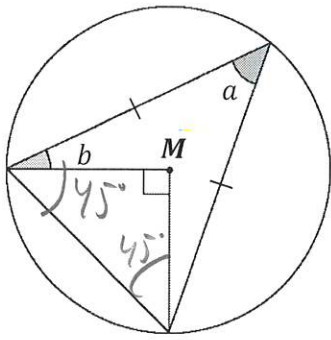
$e = 2 \cdot 64^\circ = 128^\circ$

d är en annan randvinkel till samma mittvinkel

\Rightarrow Like stor som $64^\circ \Rightarrow d = 64^\circ$

4. Figuren visar två cirklar med medelpunkt M .
Bestäm vinklarna a , b , c och d .

(1/2/0)



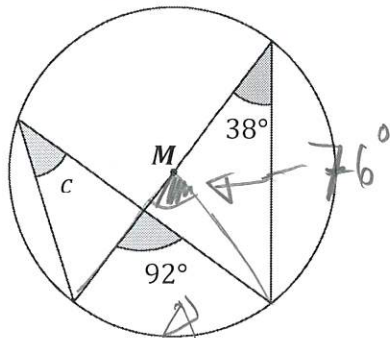
Mittvinkeln $= 90^\circ \Rightarrow$
 Randvinkeln $= 45^\circ \Rightarrow a = 45^\circ$

Triangeln



likbent
 \Rightarrow Basvinklarna $= 67,5^\circ$
 $\Rightarrow b = 67,5^\circ - 45^\circ = 22,5^\circ$

(b kan även fås på andra sätt)



38° är en randvinkel.
 Mittvinkeln är då 76°

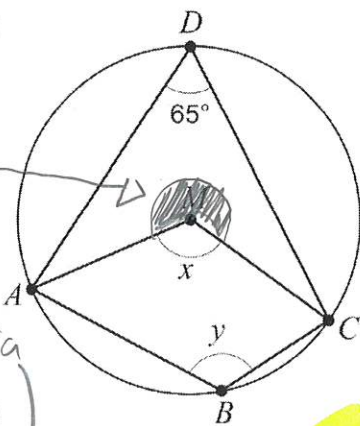
c är en annan randvinkel
 till samma mittvinkel
 $\Rightarrow c$ är också 38°

OBS!! Inte en
 mittvinkel!

$c = 38^\circ$

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.
 Fyrhörningen $ABCD$ är inskriven i en cirkel med medelpunkten M .

y är randvinkel
 till 230°
 $\Rightarrow y = \frac{230}{2} = 115^\circ$
 (kan även fås via
 fyrhörnings tänk)



x är mittvinkel till
 randvinkeln 65°
 $\Rightarrow x = 65^\circ \cdot 2 = 130^\circ$

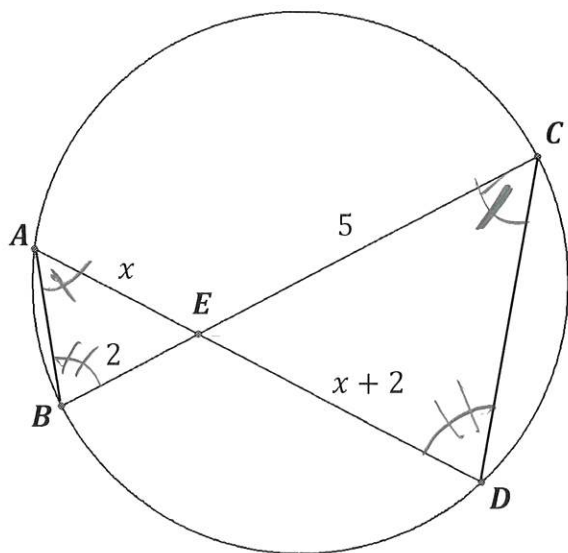
a) Bestäm vinkeln x .

$x = 130^\circ$ (1/0/0)

b) Bestäm vinkeln y .

$y = 115^\circ$ (0/1/0)

6. Figuren visar en cirkel med två trianglar, samt några mått angivna.



a) Visa att trianglarna **ABE** och **ECD** är likformiga med hjälp av randvinkelsatsen

(1/1/0)

C är en randvinkel från punkterna B och D
 A är en annan randvinkel från samma punkter
 \Rightarrow A och C lika stora
 På samma sätt är B och D båda randvinklar från punkterna A och C \Rightarrow B och D lika stora
 \Rightarrow Samma vinklar \Rightarrow likformiga

b) Bestäm längden av sträckan **AE**

(0/2/0)

Kordasatsen $\Rightarrow 2 \cdot 5 = x \cdot (x + 2)$

$10 = x^2 + 2x$ [Ta bort 10 och kör pq]

$x^2 + 2x - 10 = 0$

[pq]



$1 \cdot 1 + 10 = 11$



$x_1 = -1 + \sqrt{11}$

$x_2 = -1 - \sqrt{11}$

Omöjlig pga x är en sträcka

$x = -1 + \sqrt{11}$

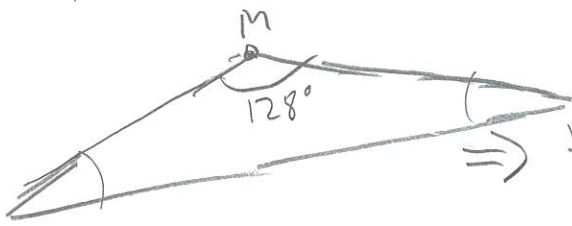
OBS! ett exakt svar.

7. Figuren visar en cirkel med medelpunkten M .

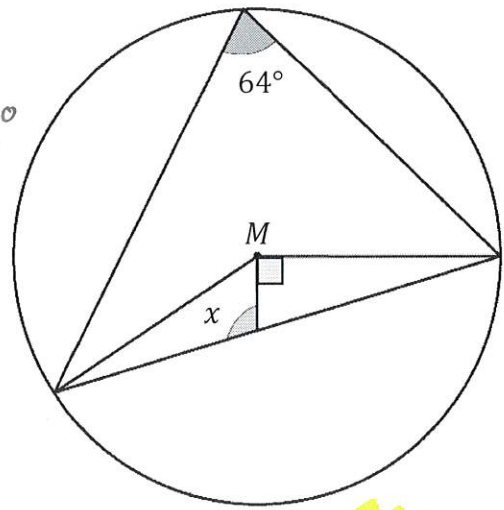
Bestäm vinkel x

(1/1/0)

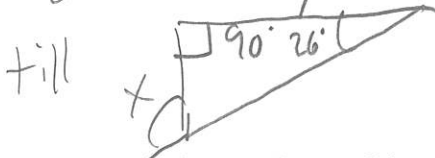
Randvinkeln $= 64^\circ \Rightarrow$ Mittvinkeln $= 128^\circ$



likbent
 \Rightarrow basvinklerna $= 26^\circ$



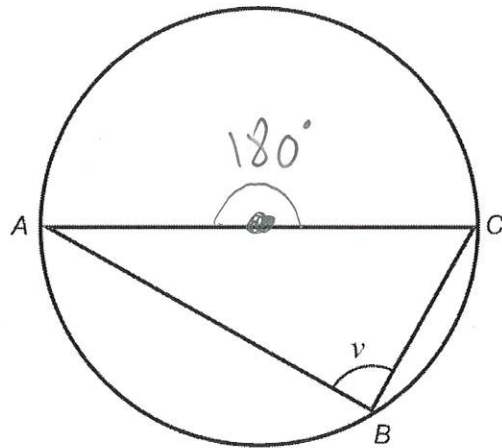
x är en yttrevinkel till



$\Rightarrow x = 90^\circ + 26^\circ = 116^\circ$

8. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Triangeln ABC är inskriven i en cirkel enligt figuren nedan. Sträckan AC går genom cirkelns mittpunkt. Cirkelns radie är 2,0 meter.



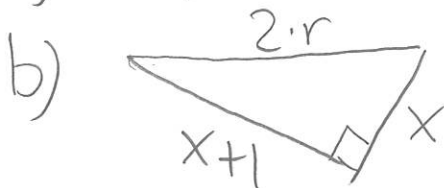
a) Bestäm vinkeln v .

(1/0/0)

b) Bestäm sträckan AB om den är 1,0 meter längre än sträckan BC .

(0/3/0)

a) Mittvinkeln $= 180^\circ \Rightarrow v = 90^\circ$



$r = 2$

Rätvinklig triangel

\Rightarrow Pyth. sats. kan användas

$\Rightarrow (x+1)^2 + x^2 = 4^2$

$(x+1)(x+1) + x^2 = 16$

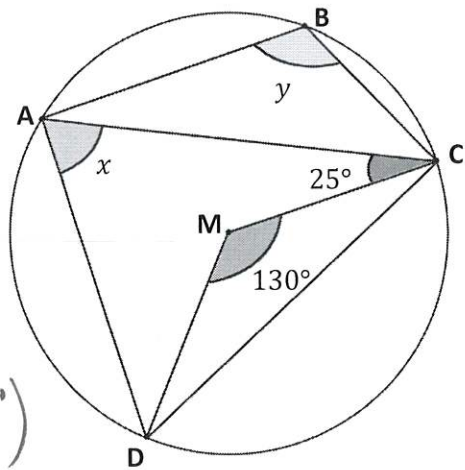
$x^2 + 2x + 1 + x^2 = 16$

$2x^2 + 2x - 15 = 0$ [/2]
 $x^2 + 1x - \frac{15}{2} = 0$ [pq!]
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{15}{2} = \frac{31}{4}$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{31}}{2}$ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ Δr

$AB = \frac{\sqrt{31}}{2} + \frac{1}{2}$

9. Figuren till höger visar en cirkel med medelpunkt M .

I figuren har fyrhörningen $ABCD$ lagts in så att alla fyra hörnen ligger på cirkelns rand.



a) Bestäm vinkeln x . (1/0/0)

Endast svar krävs!

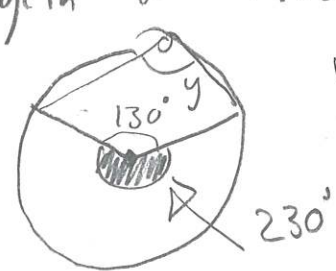
$x = 65^\circ$ (Randvinkel till 130°)

b) Bestäm vinkeln y

Dras radien från M till A fås:

Den triangeln är likbent, med toppvinkeln

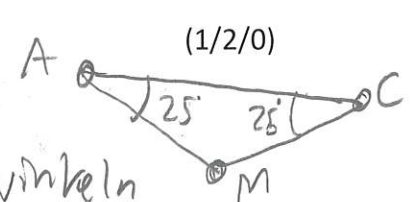
$130^\circ \Rightarrow$



y är randvinkel till 230°

$\Rightarrow y = 115^\circ$

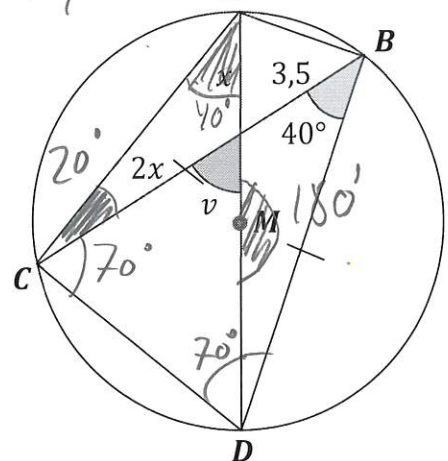
(Kan också fås via tanke med fyrhörningar)



10. Figuren visar en cirkel med medelpunkt M och diametern 10 cm. Triangeln BCD är likbent och sträckan AD är en diameter

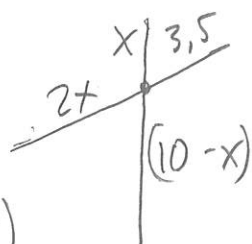
Bestäm vinkeln v och sträckan x

(0/4/0)



Sträckan x :

Kordasatsen:

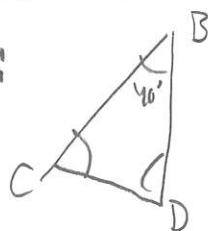


$$2x \cdot 3,5 = x \cdot (10 - x)$$

$$7x = 10x - x^2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0$$

$\Rightarrow x = 3$

Vinkeln v :



likbent \Rightarrow basvinklerna 70°

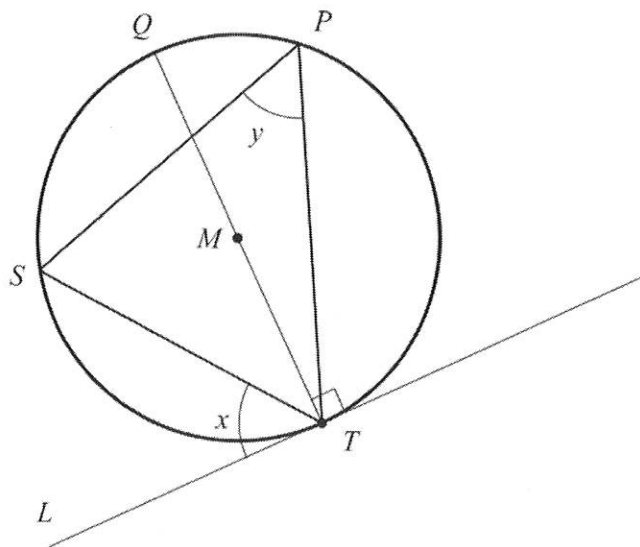
40° är en randvinkel till C och D
 $\angle CDA$ är en annan randvinkel till samma punkter \Rightarrow också 40°

Vinkel C är randvinkel till $180^\circ \Rightarrow C = 90^\circ$

$\Rightarrow v$ är yttre vinkel till $\Rightarrow v = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$

11. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

En linje L tangerar en cirkel i punkten T . M är cirkelns medelpunkt. Vinkeln mellan cirkelns diameter QT och linjen L är 90° . En triangel PST ligger i cirkeln med alla hörnen på cirkelns rand. Se figur.



a) Hur stor är vinkeln y då vinkeln x är 56° ?

(0/2/0)

Om punkterna P och S flyttas längs cirkelns rand kommer vinklarna x och y att variera. För vinkeln x gäller $0^\circ < x < 90^\circ$

b) Bestäm sambandet mellan vinklarna x och y .

(0/1/1)

a)

$90 - 56^\circ = 34^\circ \Rightarrow$ Likbent triangel
 \Rightarrow Basvinklarna lika
 Mittvinkeln $= 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$
 $y = \text{Randvinkel till } 112^\circ \Rightarrow y = \frac{112^\circ}{2} = 56^\circ$

b)

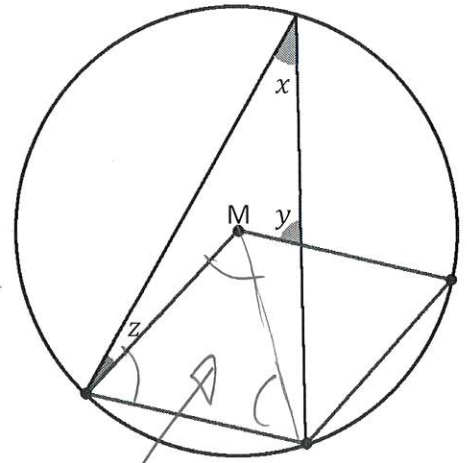
(Samma tänk som i a)

$(90 - x) \Rightarrow$ Likbent triangel
 \Rightarrow Basvinklarna lika
 Mittvinkeln $= 180^\circ - 2 \cdot (90^\circ - x) = 2x$
 $y = \text{Randvinkel till } 2x \Rightarrow y = \frac{2x}{2} = x \Rightarrow y = x$

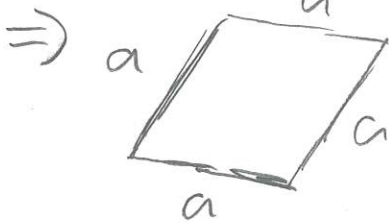
12. Figuren till höger visar en cirkel med medelpunkt **M**.
 Den blå figuren är en **romb** med ett hörn i medelpunkten
 och de övriga på cirkelns rand.
 Två av rombens hörn delas med en **likbent triangel**
 vars tredje hörn också ligger på cirkelns rand.

Bestäm vinklarna x , y och z

(0/1/2)



En romb har lika långa sidor



Dras diagonalen
 fås en likbent triangel.
 Eftersom rombens sida utgör
 radien hos cirkeln är denna
 triangel liksidig \Rightarrow vinklarna
 60°

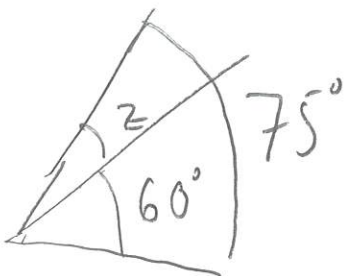
x = Randvinkel till
 Medelpunktsvinkeln $60^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$

y = Basvinkel i likbent triangel med toppvinkeln 30°



$\Rightarrow 2y + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 75^\circ$

z = Skillnaden mellan en basvinkel i
 den likbenta och den liksidiga



$z + 60^\circ = 75^\circ \Rightarrow z = 15^\circ$

(z kan också fås via triangeln:

$\Rightarrow z = \frac{x}{2} = \frac{30}{2} = 15^\circ$