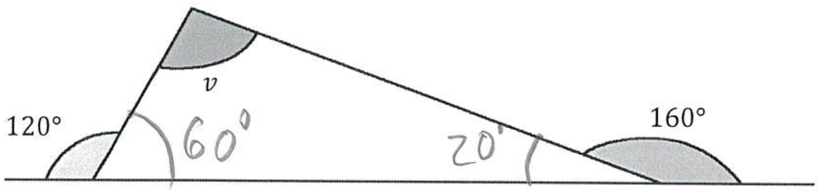
FACIT

Yttervinkel- och bisektrissatsen

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Visa att vinkel v i triangeln nedan är 100°. (2/0/0)



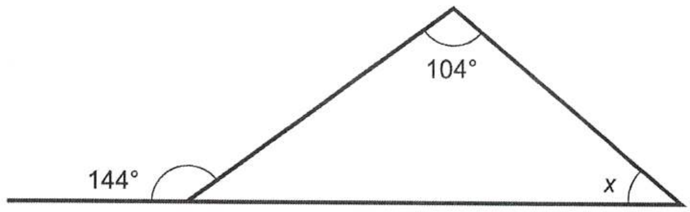
Sidovinkel till 120° $\Rightarrow 180 - 120° = 60°$

Sidovinkel till 160° $\Rightarrow 180 - 160 = 20°$

Använd antingen yttervinkelsatsen el. vinkelsumman $\Rightarrow$

$120 = v + 20$ (Yttervinkelsatsen) $v = 100°$ el. $60 + 20 + v = 180$ (vinkelsumman) $v = 100°$

2. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.



a) Bestäm vinkeln x (1/0/0)

Yttervinkelsatsen: $144 = 104 + x \quad [-104]$

$40° = x$

b) Vilket eller vilka av följande geometriska samband använde du då du bestämde vinkeln x? *Endast svar fordras* (1/0/0)

A Pythagoras sats

B Vinkelsumman i en triangel är 180°

C Summan av sidovinklar är 180°

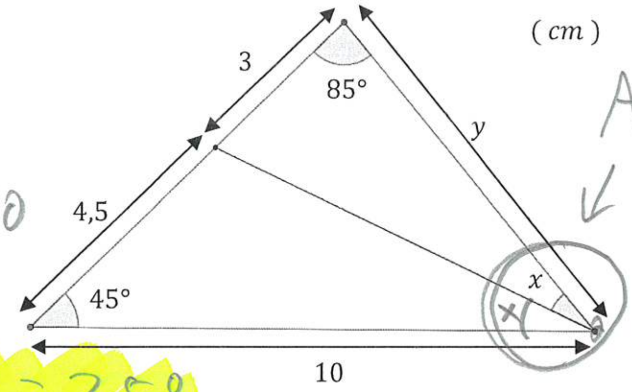
D Yttervinkelsatsen

E Topptriangelsatsen

F Randvinkelsatsen

(kan variera beroende på lösningsmetod i a)

3. Figuren visar en triangel med en inritad ***bisektris*** där några sträckor och vinklar angivits.



a) Bestäm vinkel x (2/0/0)

Vinkelsumman $\Rightarrow 45^\circ + 85^\circ + A = 180$

$\Rightarrow A = 50^\circ$

Bisektris $\Rightarrow A = 2 \cdot x \Rightarrow x = 25^\circ$

b) Bestäm sträckan y. (2/0/0)

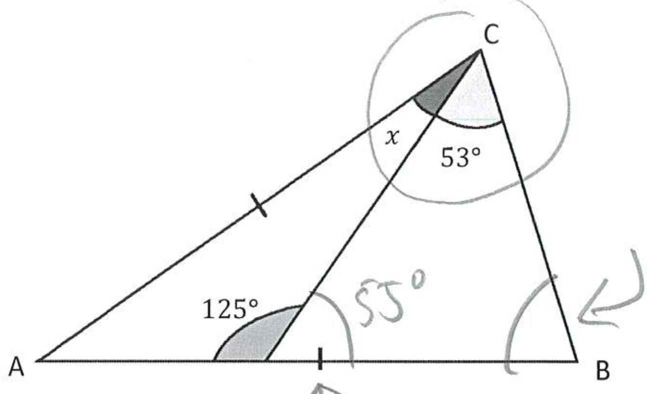
Svara i bråkform.

Bisektrissatsen:

$$\frac{y}{10} = \frac{3}{4,5} \Rightarrow y = \frac{30}{4,5} = \frac{60}{9}$$

4. Figuren nedan visar en större triangel (ABC) som är sammansatt av två mindre trianglar.

Triangel ABC är likbent. Bestäm värdet på vinkel x (1/1/0)



Sidovinkel till 125°

$\Rightarrow 180 - 125 = 55$

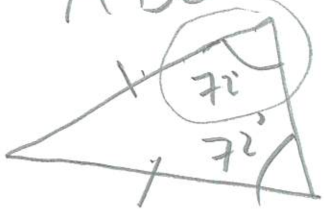
Fås via vinkelsumman:

$55 + 53 + B = 180^\circ$

$B = 180^\circ - 108^\circ$

$= 72^\circ$

ABC likbent $\Rightarrow$ basvinklarna lika



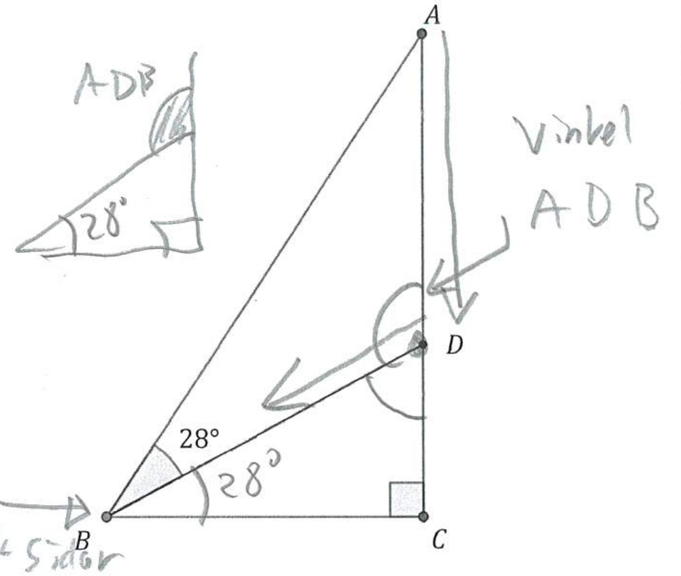
$\Rightarrow 53 + x = 72^\circ$

$x = 72^\circ - 53^\circ$

$x = 19^\circ$

5. Figuren visar den rätvinkliga triangeln ABC.
Sträckan BD är en ***bisektris.***

a) Bestäm vinkel ADB (2/0/0)



ADB är yttervinkel till

$\Rightarrow ADB = 28 + 90° = 118°$

Bisektris $\Rightarrow$ Lika stora vinklar på båda sidor

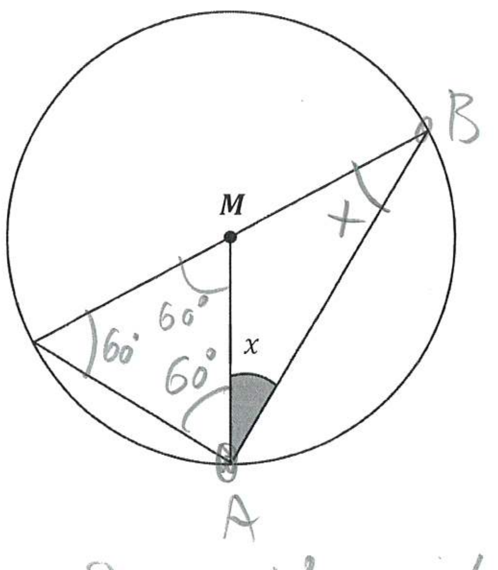
b) I figuren ser det ut som att triangel ABD är *likbent*.
Undersök om det stämmer. (1/0/0)

Om den är likbent ska basvinklarna vara lika stora

$x + 28 + 118 = 180$

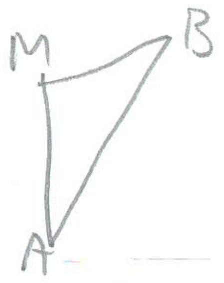
$\Rightarrow x = 34° \Rightarrow$ Nej, inte likbent

6. Figuren visar en cirkel med medelpunkt $\boldsymbol{M}$, och två trianglar som har ett hörn i medelpunkten. En av dessa trianglar är *liksidig*. Bestäm vinkeln x (1/1/0)



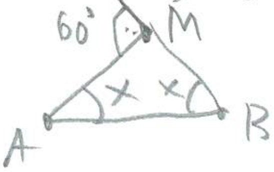
Liksidig $\Rightarrow$ Alla vinklar är 60°

Triangel



är likbent då två sidor är lika långa (= cirkelns radie) $\Rightarrow$

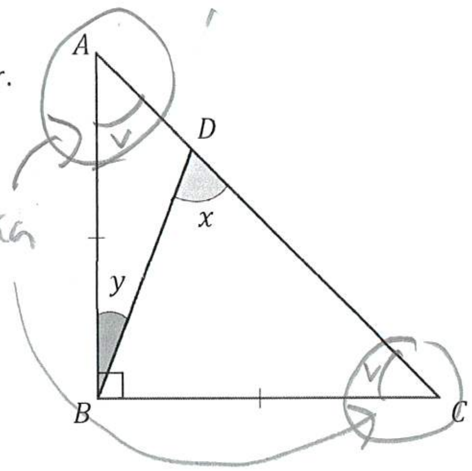
Basvinklarna är lika stora $\Rightarrow$



60° är yttervinkel till MAB $\Rightarrow 60° = x + x \Rightarrow x = 30°$

7. ABC är en likbent rätvinklig triangel. Sträckan BD bildar vinklarna x och y med sidan AC såsom figuren visar.

Bestäm sambandet mellan x och y (0/2/0)

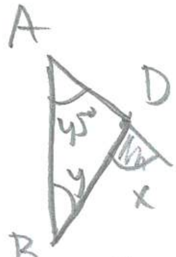


Likbent ⇒ Basvinklarna lika stora:

$90 + v + v = 180$

$v = 45^\circ$

x är yttervinkel till

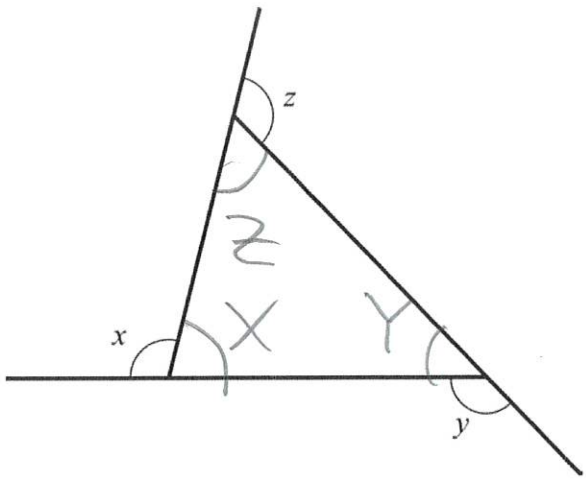


⇒ $x = y + 45^\circ$

8. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

x, y och z är yttervinklar till triangeln nedan.

Visa att $x + y + z = 360^\circ$ (0/1/1)



Motsvarande innervinklar är tillsammans 180° ⇒ $X + Y + Z = 180^\circ$

Varje innervinkel är sidovinkel till motsvarande yttervinkel ⇒

$X = 180 - x$

$Y = 180 - y$

$Z = 180 - z$

$X + Y + Z = 180^\circ$

⇒ $(180 - x) + (180 - y) + (180 - z) = 180$

$540 - x - y - z = 180$

$[+x+y+z \; -180^\circ]$

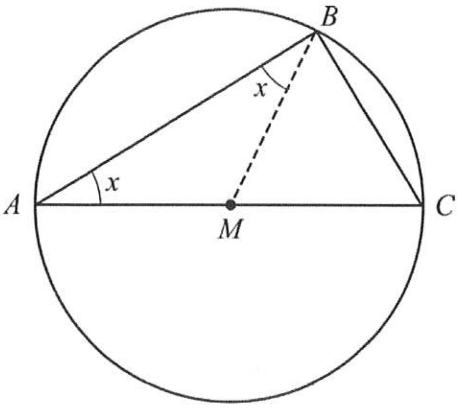
$x + y + z = 360$ vsv

9. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade en sats med följande innebörd:

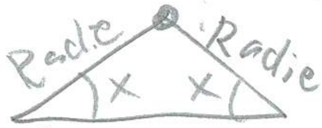
Varje triangel som är inskriven i en cirkel har en rät vinkel om en av triangelns sidor är diameter i cirkeln.

Triangeln ABC är inskriven i en cirkel på ett sådant sätt. Sidan AC är en diameter i cirkeln. Punkten M är mittpunkt på sträckan AC. I figuren är även sträckan BM inritad.



a) Förklara varför de två vinklarna betecknade med x är lika stora. (1/1/0)

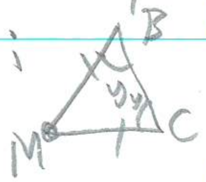
Triangel ABM är likbent då 2 av sidorna är cirkelns radie. X är basvinkel i den triangeln.



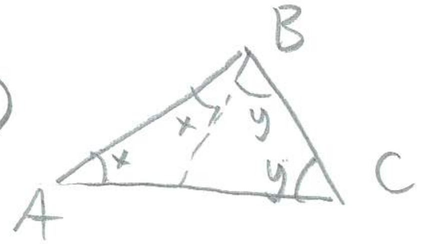
b) Visa att Thales sats är korrekt. (0/1/2)

Kan lösas på massvis med sätt, men exempelvis

* Inför variabeln y som basvinkel i



$\Rightarrow$



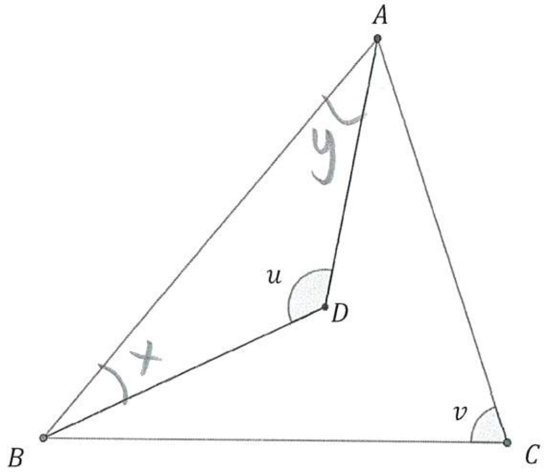
* Ställ upp vinkelsumman hos ABC $\Rightarrow$ $A + B + C = 180$

$x + (x+y) + y = 180$

$\Rightarrow 2x + 2y = 180 \; [/2]$

$\Rightarrow x + y = 90^\circ \Rightarrow$ Triangel ABC är rätvinklig

10. Figuren visar triangel ABC som delats av med **två *bisektriser*** och skapat den mindre triangeln ABD.

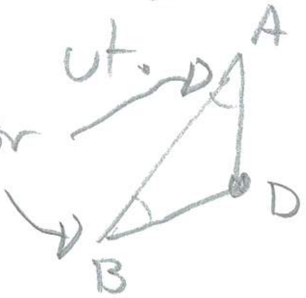


Eleven Randy Winkel påstår att vinkel v måste vara hälften så stor som u.

Undersök om Randy har rätt. (0/0/2)

OBS! ABD är INTE likbent, även om det kan se så ut. ex x och y

Inför variabler för



Eftersom BD och AD är bisektriser gäller:

Lika stora på båda sidor

Vinkelsumman i ADB: $x+y+u=180°$

och i ABC: $2x+2y+v=180°$

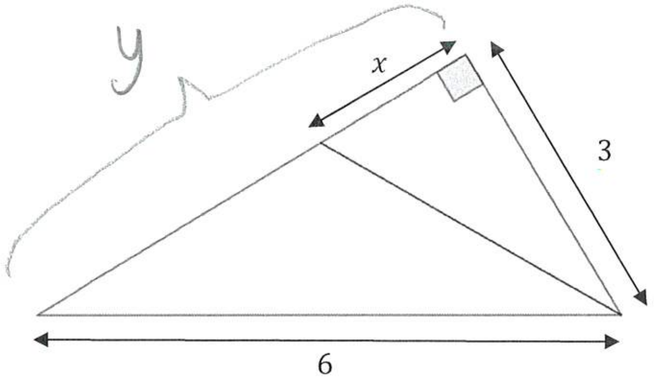
Slå ihop dessa (båda är $=180°$, och kan sättas lika)

$x+y+u=2x+2y+v$

$v=u-x-y$ Nej, Randy har fel. $v \neq 0{,}5u$

(kanske Randy har blandat ihop med randvinkelsatsen?)

11. Figuren visar en rätvinklig triangel där två av sidorna är 3 och 6.
I triangeln har en **bisektris** ritats in.

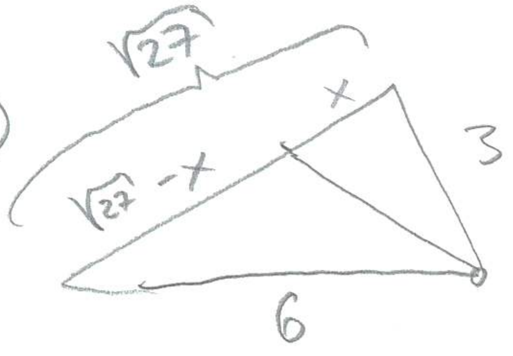


Visa att $x = \sqrt{3}$ (0/0/2)

Rätvinklig $\Rightarrow$ Sista sidan fås med Pyth. sats.

$$6^2 = 3^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 6^2 - 3^2 \Rightarrow y = \sqrt{27}$$

$\Rightarrow$



Bisektrissatsen!

$$\frac{6}{3} = \frac{\sqrt{27} - x}{x}$$

$$2 = \frac{\sqrt{27}}{x} - \frac{x}{x} \Rightarrow 2 = \frac{\sqrt{27}}{x} - 1 \; [+1] \Rightarrow$$

$$\frac{3}{1} = \frac{\sqrt{27}}{x} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{27}}{3} = \frac{\sqrt{3^2 \cdot 3}}{3} =$$

Dela upp $\sqrt{\ }$ pga gånger inuti

$$= \frac{\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

VSV.