

## Matematik 2c – Repetition

*Algebra, p-q, rotelkvationer, andragradsfunktioner, exponentialfunktioner*

### Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel! Endast svar krävs!

1. Lös ekvationen

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

Svar:  $x_1 =$  \_\_\_\_\_  $x_2 =$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Utveckla och förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt.

a)  $(x - 4)^2 + 16$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $4 - 2(2x + 2)^2 + 4x$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x}) + x$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

3. Lös ekvationen  $\sqrt{x + 22} = 5$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Ange vad som ska stå i de tomma parenteserna nedan för att likheten ska gälla. (0/1/0)

$$\left( \quad \right) \cdot \left( \quad \right) = 16y^2 - \frac{x^2}{4}$$

5. För andragradsfunktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 5x(x - 6)$

a) Ange funktionens *nollställen*.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Ange funktionens minsta värde.

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Andragradsfunktionen  $g$  har sitt ena nollställe vid  $x = -3$  och sin symmetrilinje vid  $x = 2$ .

Ange funktionens andra nollställe.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

7. Företagelina köpte ett företag år 2022.

Enligt hennes prognoser väntas företagets värde följa modellen

$$V(x) = 1,5 \cdot 1,35^x$$

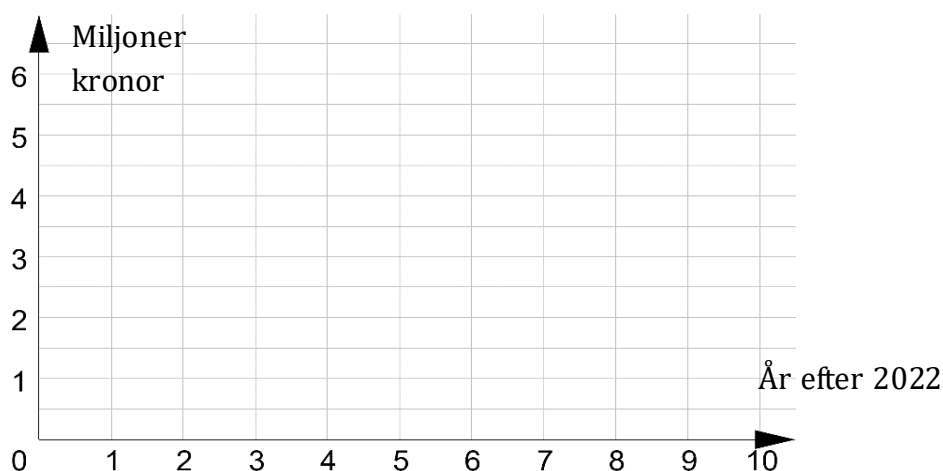
där  $V$  är värdet i miljoner kronor och  $x$  är antalet år som gått sedan inköpet år 2022.

a) Hur många procent ökar företagets värde med varje år?

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) År 2026 väntas företaget vara värt ungefär 5 miljoner kronor.

Använd koordinatsystemet nedan för att skissa grafen till  $V(x)$  (1/0/0)



8. Till höger visas grafen till andragradsfunktionen  $f$

a) Ett av alternativen **A – H** nedan visar funktionsuttrycket till  $f$   
Vilket av alternativen är det?

**A**  $x^2 + 2x$

**B**  $x^2 - 2x$

**C**  $x^2 + 2x - 1$

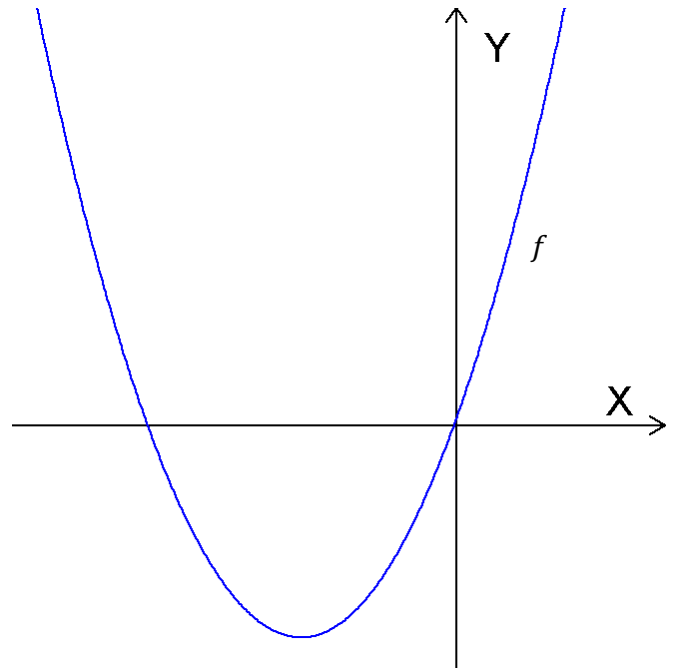
**D**  $x^2 - 2x - 1$

**E**  $-x^2 + 2x$

**F**  $-x^2 - 2x$

**G**  $-x^2 + 2x + 1$

**H**  $-x^2 - 2x - 1$



Svar: \_\_\_\_\_ (1/1/0)

b) Punkterna  $(a, 224)$  och  $(14, 224)$  ligger båda på grafen till  $f$ ,  
på varsin sida om symmetrilinjen. Ange värdet på talet  $a$

Svar:  $a =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

9. Nedan visas värdetabellen för **exponentialfunktionen**  $E(x)$ .

$x$	$E(x)$
-1	2
0	6
1	

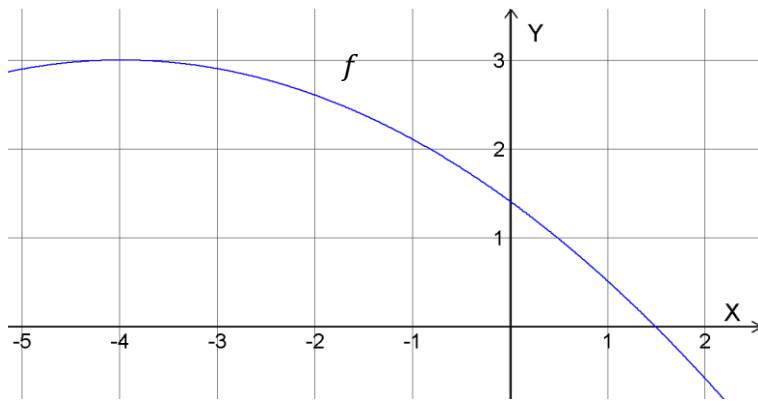
a) Bestäm  $E(1)$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Bestäm funktionsuttrycket för  $E(x)$ .

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

10. Figuren visar delar av grafen till en andragradsfunktion,  $f$



a) Bestäm symmetrilinjens ekvation.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) Bestäm funktionens nollställen.

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

11. Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt.

$$\sqrt{(y+2)^2 - (y-2)^2}$$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

12. Ange valfri andragradsfunktion som...

a) ...har sin maxpunkt vid  $x = 5$ .

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b) ...har en minpunkt vid  $(-4, 5)$ .

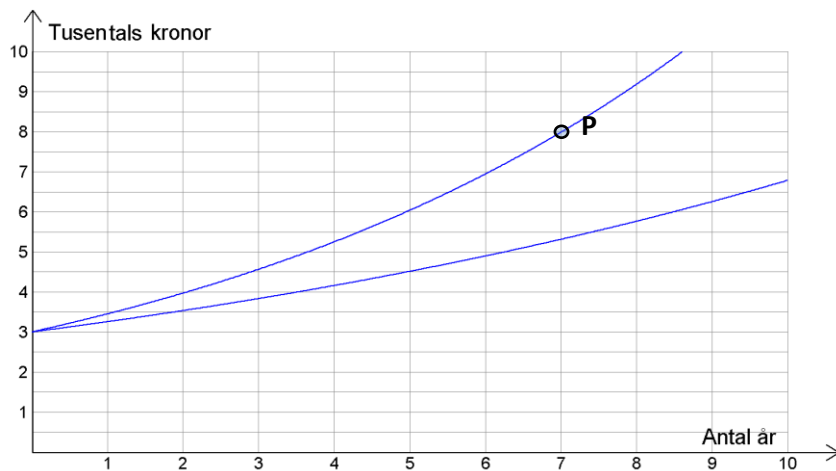
Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

13. På ett fondkonto sätts en viss summa in.

Figuren nedan visar två möjliga positiva prognoser av kontots utveckling.

Prognos A visar en exponentiell årlig ökning på 8,5 %.

Prognos B visar en exponentiell årlig ökning som är större än 10 %.



a) Vad är **förändringsfaktorn** som hör ihop med den nedre grafen i figuren?

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) I figuren finns punkten **P** markerad. Denna har koordinaterna (7, 8)  
Utgå från denna punkt och ta fram en **ekvation** som gör det möjligt att  
bestämma förändringsfaktorn för den övre grafen.

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c) Ta fram en funktion,  $V(t)$ , som beskriver prognos A, men där tiden,  $t$ ,  
beskriver **antalet veckor** i stället för antalet år.

Svar:  $V(t) =$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

14. Förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt

a)  $\left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{x^2}{9} - \frac{1}{4}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $\frac{5(3x+4)^2 - 10(4+2x)}{5}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $\frac{(\sqrt{5+x} - \sqrt{x})(\sqrt{5+x} + \sqrt{x}) + (\sqrt{5+x} + \sqrt{x})^2}{2}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

15. Lös ekvationerna

a)  $\sqrt{\sqrt{2x+5}} = 3$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

b)  $(2x - 1268)^2 - 4(2x - 1268) = 0$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

16. För en andragsgradsfunktion,  $f$ , gäller att den har en maximipunkt vid  $(2, \pi)$

Funktionen kan skrivas på formen  $f(x) = -x^2 + bx + c$

Ange värdet på konstanterna  $b$  och  $c$ .

Svar:  $b =$  \_\_\_\_\_

$c =$  \_\_\_\_\_ (0/1/1)

17. För exponentialfunktionen  $f(x)$  gäller att:

$$f(x) = 96 \cdot a^x$$

$$f(b) = 12$$

$$f(b + 2) = 3$$

Bestäm värdet av konstanten  $b$ .

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

18. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Lös ekvationen  $(x - \sqrt{3})^2 - 4(x - \sqrt{3}) + 3 = 0$  om du vet att  $t^2 - 4t + 3 = 0$  har lösningarna  $t_1 = 3$  och  $t_2 = 1$ . Svara med exakta värden.

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x_2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (0/0/1)$$

19. För en andragsgradsfunktion,  $f$ , gäller att den har en minimipunkt vid  $(5, 12)$

Funktionen kan skrivas på formen  $f(x) = 3x^2 + (b + 6)x + c$

Ange värdet på konstanten  $b$ .

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

20. Faktorisera uttrycket  $4xy^3 - 100x^3y$  så långt som möjligt

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

21. För ekvationen  $\sqrt{x+a} = bx + c$  gäller att  $a, b$  och  $c$  är konstanter där  $a \neq 0, b \neq 0$  och  $c \neq 0$ .

Ange valfria värden på konstanterna  $a, b$  och  $c$  så att ekvationen **saknar lösning**.

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Del 2 – Utan digitalt hjälpmedel! Fullständiga uträkningar krävs!**

22. a) Lös ekvationen  $x^2 + 4x - 5 = 0$  med algebraisk metod

(2/0/0)

b) Bestäm symmetrilinjen till funktionen  $f(x) = x^2 + 4x - 5$

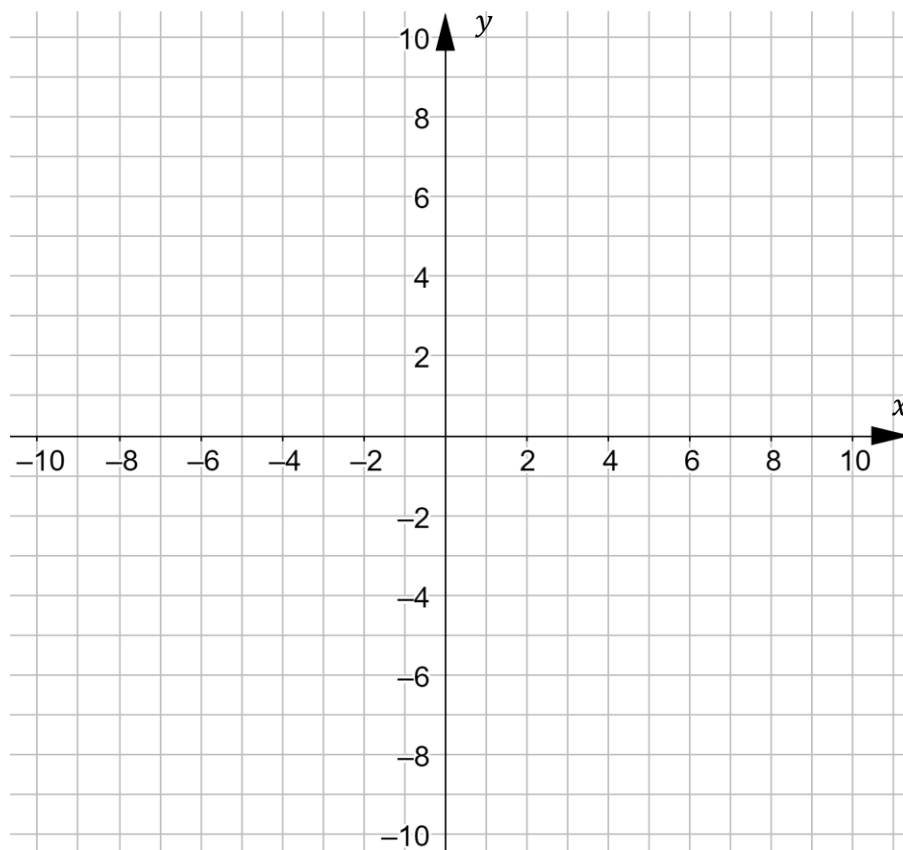
(1/0/0)

*Endast svar krävs!*

c) Skissa grafen till  $f(x) = x^2 + 4x - 5$  i koordinatsystemet nedan.

(1/2/0)

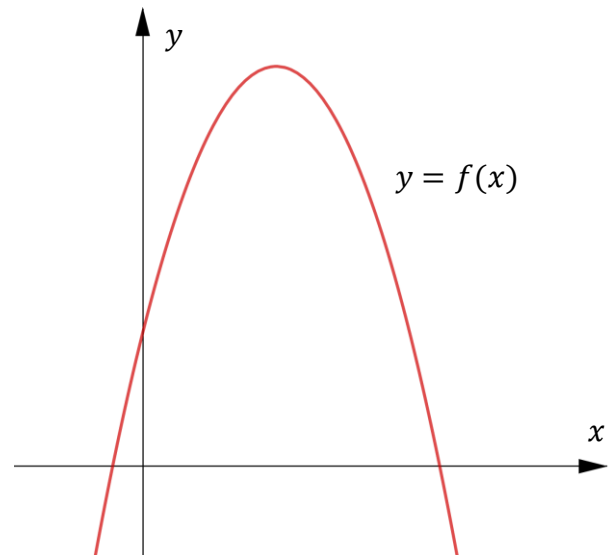
Motivera din skiss med relevanta beräkningar!



23. Figuren visar grafen till andragradsfunktionen  $f$  skriven på formen  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Avgör med hjälp av grafen om  $a$  och  $c$  är positiva eller negativa tal. (2/0/0)

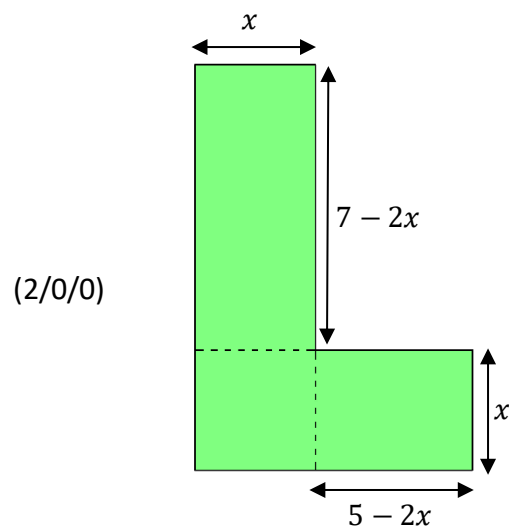
Motivera ditt svar!



24. Figuren till höger visar ett L-format område med några mått angivna.

Området kommer att få olika utseende och area beroende på vad  $x$  är.

- a) Ta fram ett förenklat uttryck som beskriver arean av området. (2/0/0)



- b) Bestäm den största möjliga area som området kan anta

(0/2/0)

25. Under en fotbollsmatch gör Bollivar ett inkast. Bollens bana kan beskrivas med den förenklade modellen

$$h(x) = -0,02x^2 + 0,2x + 2,0$$

där  $h(x)$  är bollens höjd över marken och  $x$  är det horisontella avståndet i meter längs marken från kastets start.

- a) Förklara vad talet 2,0 betyder i det här sammanhanget. (1/0/0)

- b) Bestäm det horisontella avståndet mellan kastets start och där bollen landar på marken. (1/1/0)

- c) Bestäm bollens högsta höjd (0/2/0)

26. Joel påstår följande:

*Ta tre på varandra följande heltal.*

*Kvadrera talen.*

*Summera de kvadrerade talen.*

*Ta bort fem ifrån summan.*

*Svaret kommer alltid att bli delbart med tre.*

Visa att Joels påstående stämmer för alla på varandra följande heltal,  
genom att kalla det första talet för  $x$

(0/2/0)

27. Lös ekvationerna

a)  $\frac{3x(x+4)}{2} = 18$

(0/2/0)

b)  $\sqrt{4x+5} + 4 = x$

(0/3/0)

28. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (0/2/0)

I en lärobok i matematik står det:

”Om differensen mellan två tal är 1 så är differensen mellan det större talets kvadrat och det mindre talets kvadrat alltid lika stor som talens summa.”

Visa att detta gäller för alla sådana tal.

29. Om man behöver genomföra huvudräkning med krångliga tal kan man ta hjälp av algebra, t.ex. *konjugatregeln*.

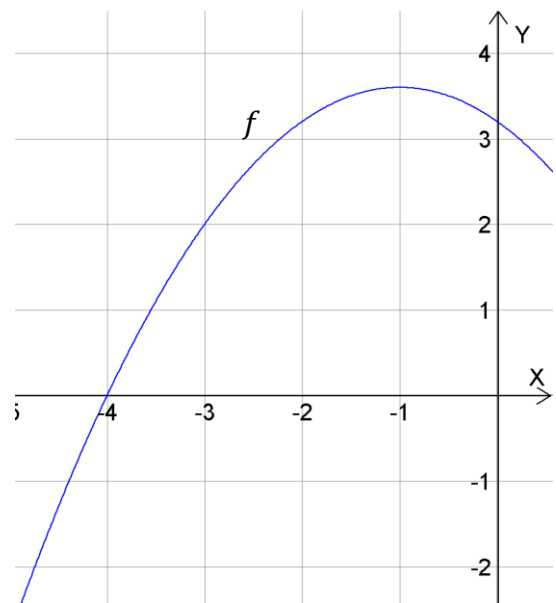
Använd konjugatregeln för att bestämma värdet av  $10003 \cdot 9997$ . (0/2/0)

30. Figuren till höger visar delar av grafen till andragradsfunktionen  $f$

a) Vilket värde är störst?  
 $f(-10)$  eller  $f(10)$

*Kortfattad motivering krävs!*

(0/1/0)



b) Ta fram funktionsuttrycket till  $f$   
*Svara exakt!*

(0/1/1)

31. Lös ekvationen  $(\sqrt{2} + x)^2 = -12 + 7(\sqrt{2} + x)$

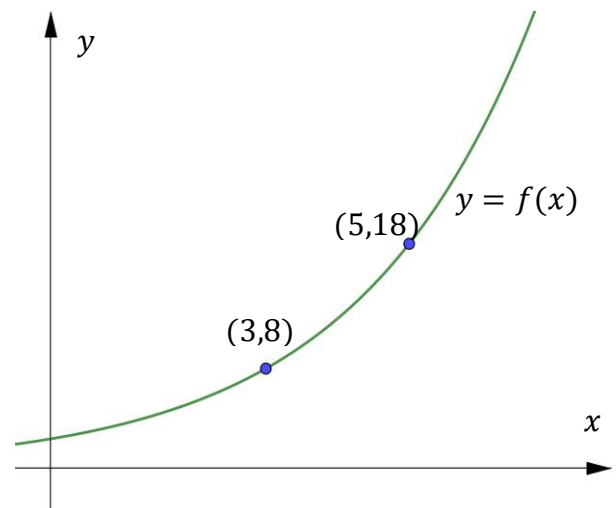
(0/0/2)

32. Figuren visar grafen till exponentialfunktionen  $f$ .

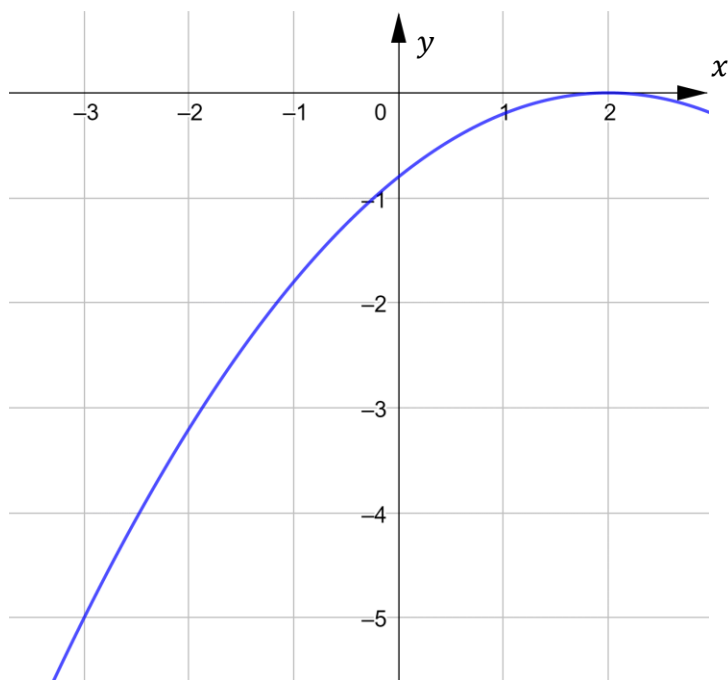
Grafen passerar punkterna  $(3,8)$  och  $(5,18)$ .

Ta fram funktionsuttrycket för  $f(x)$  (0/0/2)

*Svara exakt!*



33. Figuren visar delar av grafen till en andragradsfunktion med maxpunkt vid  $(2,0)$



Ta fram funktionsuttrycket till grafen.

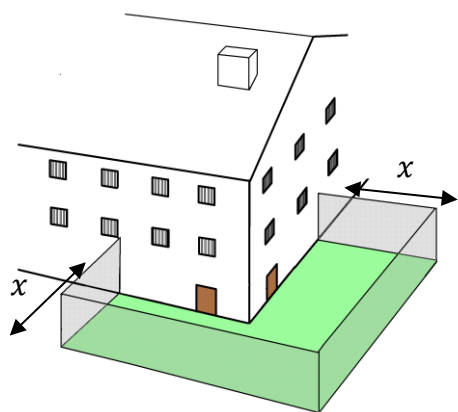
(0/1/1)

34. I andragradsekvationen  $ax^2 + 2x + c = 0$  är  $a$  och  $c$  konstanter.

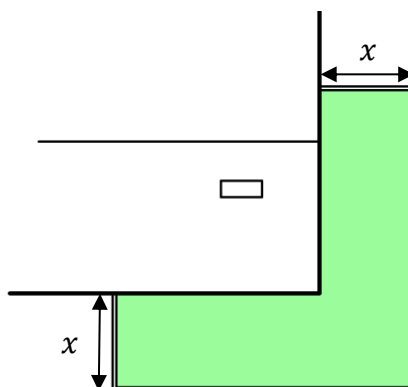
Bestäm ett samband som ska gälla mellan  $a$  och  $c$  för att ekvationen ska ha en **dubbelrot** (dvs att båda nollställena är samma siffra)

(0/1/2)

35. Ett fängelse ska bygga en ny rastgård **symmetriskt placerad** vid ett av byggnadens hörn Stängslet ska byggas sträckan  $x$  meter ut från byggnadens väggar. Se figurerna nedan.



Figur 1 – Rastgården sedd snett uppifrån



Figur 2 – Rastgården sedd rakt ovanifrån

Bestäm det värde på  $x$  som ger största möjliga arean om den ska byggas av 90 meter stängsel.

(0/0/3)

## Matematik 2c – Repetitionsprov

*Algebra, p-q, rotekvationer, andragradsfunktioner, exponentialfunktioner*

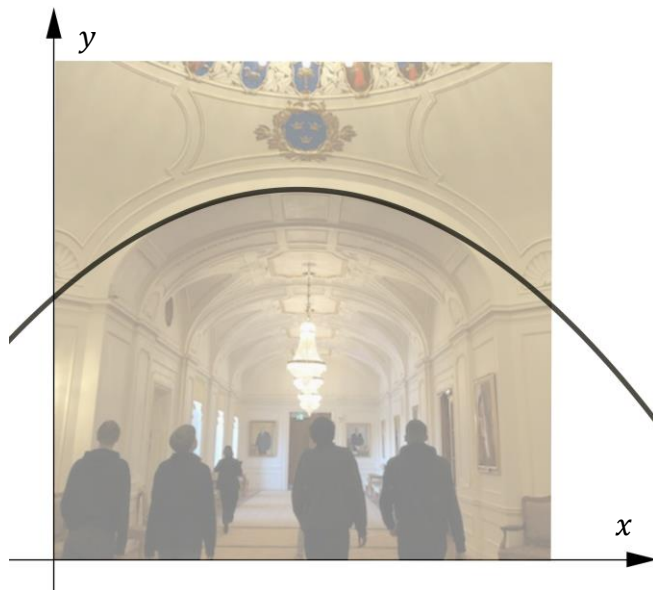
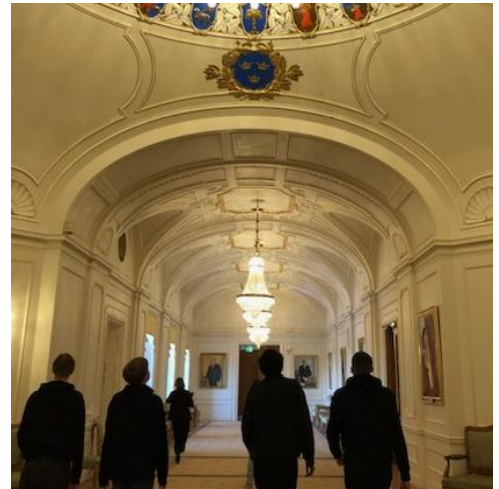
### Del 3 – Med digitalt hjälpmedel! Fullständiga uträkningar krävs!

**D1.** Figuren visar en bild tagen under NA1BI:s skolresa till Riksdagen under VT 2023.

På bilden syns ett valv.

En mattelärare tycker att det valvet ser ut som en andragradsfunktion och lägger därför in bilden i Geogebra och gör en

Nedan visas resultatet.



a) Nedan visas fyra stycken förslag på andragradsfunktioner.

A:  $f(x) = 0,2x^2 - 0,9x + 2,4$

B:  $f(x) = 0,2x^2 - 0,9x$

C:  $f(x) = -0,2x^2 + 0,9x + 2,4$

D:  $f(x) = -0,2x^2 + 0,9x$

Vilket av alternativen ovan stämmer bäst in på grafen i figuren?

(1/0/0)

*Motivera ditt svar!*

b) Hur högt upp är det till högsta punkten (räknat från nedersta delen av bilden)?

*Endast svar krävs!*

**D2.** Lös ekvationen  $\sqrt{2x+3} = 2,6x - 9$  (1/0/0)  
*Svara med två decimaler!*

**D3.** En traktors bränsleförbrukning beror bland annat på traktorns hastighet.

Under vissa förhållanden kan en traktors bränsleförbrukning beskrivas med modellen

$$B(x) = 0,001x^2 - 0,04x + 0,92$$

Där  $B$  (liter/km) är bränsleförbrukningen och  $x$  (km/h) är traktorns hastighet.

a) Bestäm traktorns bränsleförbrukning vid hastigheten 10 km/h (1/0/0)  
*Endast svar krävs!*

b) Enligt denna modell, hur många procent större är förbrukningen vid hastigheten 40 km/h jämfört med den lägsta bränsleförbrukning traktorn kan ha? (0/1/0)

**D4.** I andragsradsekvationen  $x^2 + (a - 4)x + (2b - 3) = 0$  är  $a$  och  $b$  konstanter. Ekvationen har lösningarna  $x_1 = 3$  och  $x_2 = -5$ .

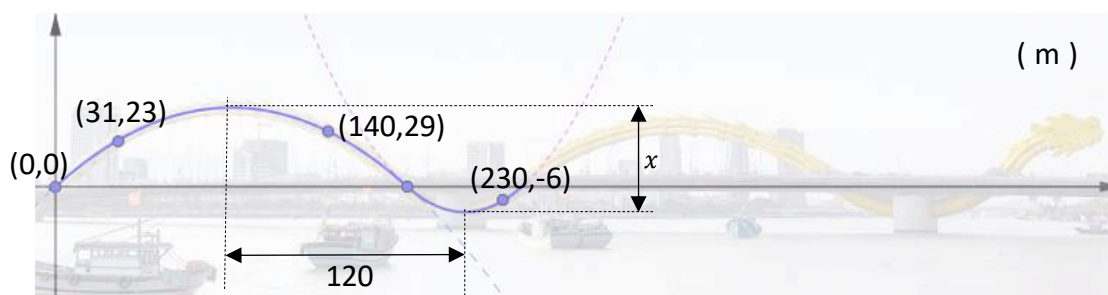
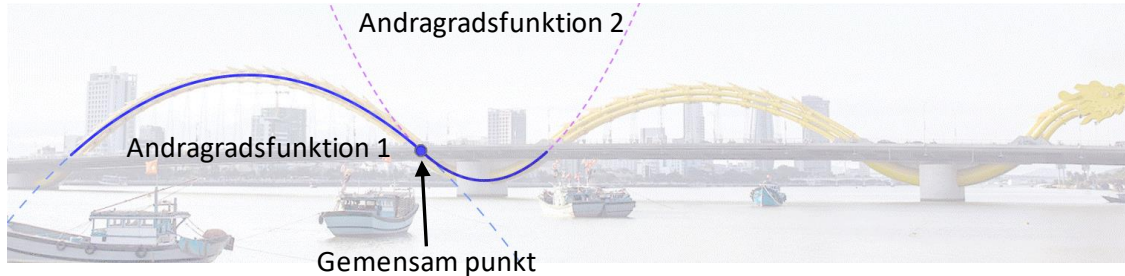
Bestäm värdet på konstanterna  $a$  och  $b$  (0/2/0)

D5. År 2013 färdigställdes en pampig bro i form av en eldsprutande drake.

Bron finns i Vietnam och går under namnet "Dragon Bridge"



En matematiker utgår från att formen på bron kan beskrivas med graferna till flera andragradsfunktioner som placerats bredvid varandra, så att en punkt blir gemensam hos intilliggande funktioner. Figuren nedan visar de två första.



Matematikern mäter upp några mått och lägger in dessa som punkter i ett koordinatsystem.

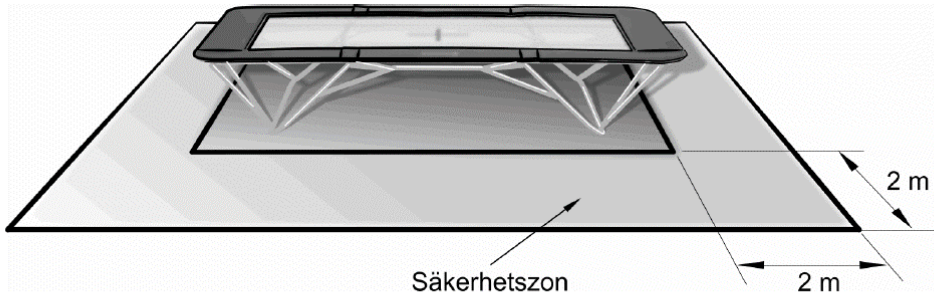
Mellan vändpunkternas  $x$ -värden är det 120 meter.

Utgå från matematikerns modell för bron och **bestäm höjdskillnaden mellan högsta och lägsta punkten** i de första två andragradsfunktionerna, dvs det som är markerat med  $x$  i figuren ovan.

(0/1/2)

**D6.** Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Företaget "Lexelius Hopp och Studs" säljer rektangulära studsmattor. Varje studsmattas långsida är dubbelt så lång som dess kortsida. Företaget rekommenderar att det finns en 2,0 meter bred säkerhetszon runt studsmattan och att säkerhetszonens area ska vara minst tre gånger så stor som studsmattans area.



Bestäm måtten på en studsmatta som har en 2,0 meter bred säkerhetszon och där säkerhetszonens area är tre gånger så stor som studsmattans area.

(0/0/3)