

### 3.3 Exponentialfunktioner

#### Del 1 – Utan digitala hjälpmedel

1. Värdet på en telefon,  $V$ , väntas under några år beskrivas av modellen

$$V(x) = 5000 \cdot 0,6^x$$

där  $x$  är antalet år som gått sedan datorn köptes in.

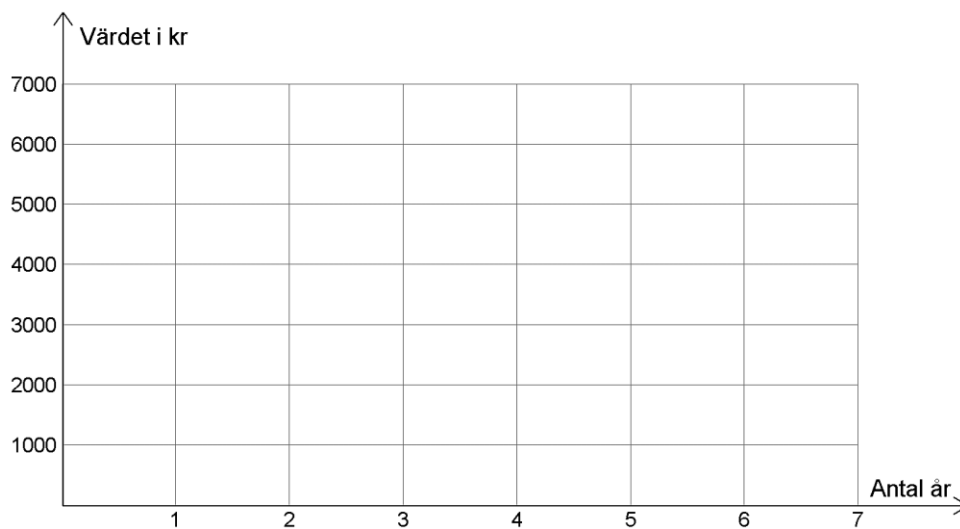
- a) Hur många procent minskar telefonens värde med varje år?

(1/0/0)

- b) Efter tre år är telefonen värd ungefär 1000 kr.

Gör en **grov skiss** av grafen till  $V$  i koordinatsystemet nedan.

(1/0/0)



2. Bo Billigt har satt in 10 000 kr på ett bankkonto med den fasta räntan 5 %.  
Nu undrar Bo hur länge det dröjer innan pengarna på kontot ökat till 15 000 kr.

Vilken av ekvationerna A – F nedan kan användas för att svara på Bos fråga?

(1/0/0)

**A:**  $10000 + 1,05x = 15000$

**B:**  $10000 \cdot 1,05^x = 15000$

**C:**  $10000 \cdot x^{1,05} = 15000$

**D:**  $10000 \cdot 1,05x = 15000$

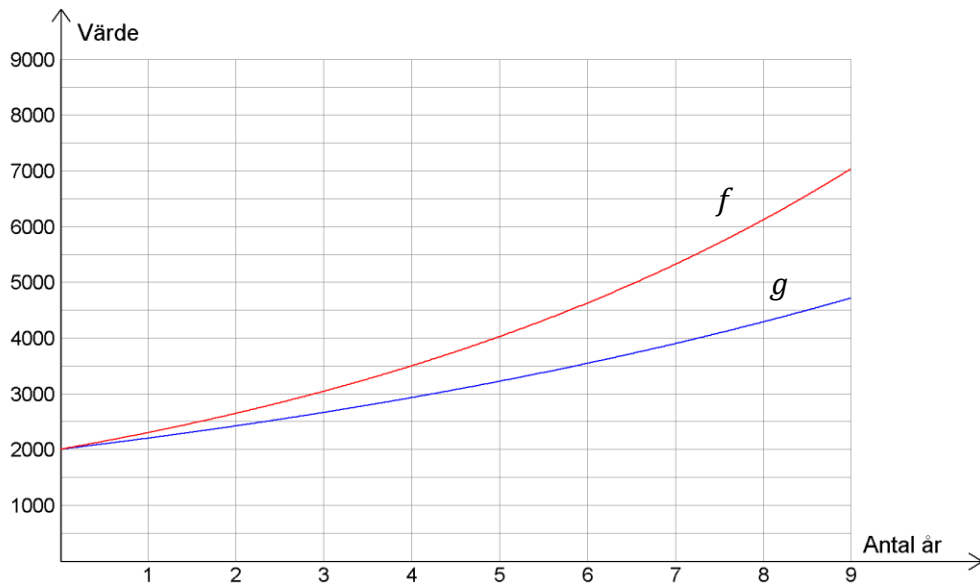
**E:**  $10000 + 1,05^x = 15000$

**F:**  $10000 + x^{1,05} = 15000$

3. Värdet på ett fondkonto väntas följa två olika prognoser, dels en ökning med 10 % per år, och dels en ökning med 15 % per år.

De båda prognoserna beskrivs av funktionerna  $f$  och  $g$ , där  $x$  beskriver antalet år som gått sedan en insättning gjorts på respektive fondkonto.

Graferna till dessa funktioner visas i figuren nedan.



- a) Ungefär hur stort är värdet hos fonderna efter 6 år om den årliga ökningen är 10%?

(1/0/0)

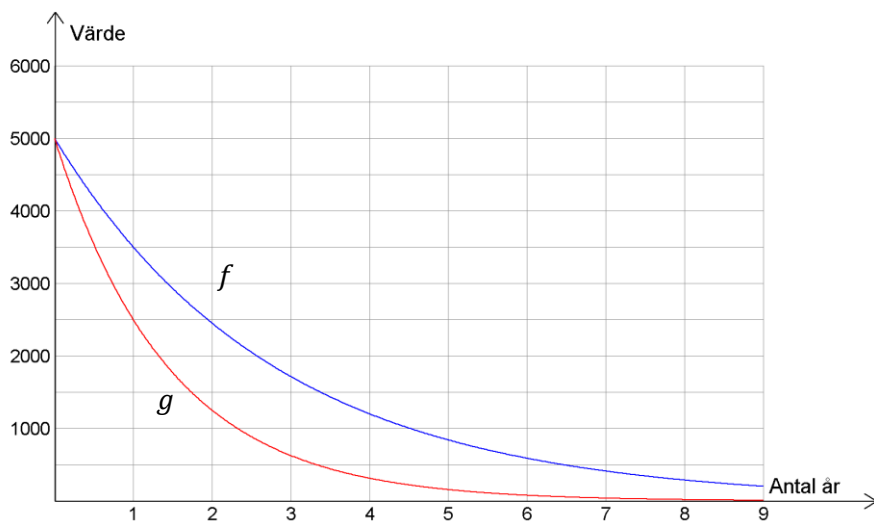
- b) Ta fram ett funktionsuttryck för funktionen  $f$

(1/1/0)

- c) Förklara vad lösningen till ekvationen  $f(x) - g(x) = 4000$  innebär.

(0/1/0)

4. En TV köps för 5000 kr. TV:ns värde minskar sedan med 30 % per år. Nedan visas graferna till två *exponentialfunktioner*.



- a) Vilken av graferna visar bäst värdet av TV:n?  
*Kortfattad motivering krävs!*

(1/0/0)

- b) Anta att en annan prognos för TV:ns värde istället skulle vara en minskning med 1000 kr per år. Efter hur många år skulle isf värdet av TV:n vara detsamma för de båda prognoserna?

(0/1/0)

- c) Bestäm  $f(2) - g(2)$ . Svara exakt!

(0/2/0)

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med  $a$ . Teckna en ekvation med vars hjälp  $a$  kan beräknas.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Antalet ljudböcker som finns tillgängliga på ett visst förlag har ökat från 400 stycken år 2013 till att år 2017 vara 2400 stycken.

Ställ upp en ekvation som kan användas för att bestämma vilket år det finns 6000 stycken ljudböcker där  $x$  är antalet år som gått sedan år 2013

(0/2/0)

7. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

I början av år 2011 köpte Matilda en dator för 10000 kr. Datorns värde kan beskrivas med  $V(t) = 10000 \cdot 0,60^t$  där  $V$  är datorns värde i kr och  $t$  är tiden i år efter inköpet.

Teckna en ny funktion som anger datorns värde  $V$  i kr som funktion av tiden  $t$ , där tiden nu istället ska räknas i *månader* efter inköpet.

(0/0/1)

## Del 2 – Med digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs!

D1. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Karin köper en ny dator. Datorns värde  $V$  kr förväntas minska enligt modellen

$$V = 8000 \cdot 0,67^t \text{ där } t \text{ är antal år efter inköpet.}$$

Efter hur lång tid har datorns värde minskat till en fjärdedel av värdet vid inköpet?

(2/0/0)

D2. Värdet av en viss skivsamling väntas följa prognosen

$$V(x) = 15500 \cdot 1,34^x$$

Där  $V$  är värdet i kronor  $x$  år efter år 2012

a) Vad var skivsamlingens värde år 2014?

(1/0/0)

b) Under vilket år väntas skivsamlingens värde överstiga 200 000 kr?

(1/1/0)

D3. Antalet utövare av en viss idrott har ökat från 12 000 utövare år 1995 till 45 000 utövare år 2010.

Med hur många procent har antalet utövare ökat i **genomsnitt per år** under perioden 1995 till 2010?

(1/1/0)

D4. Antalet nedladdningar av en viss app ökade från under ett år enligt:

1 januari – 42 000 st

1 maj – 322 016 st

a) Med hur många procent ökade antalet nedladdningar i **genomsnitt per månad** under perioden januari till maj?

(1/1/0)

b) Anta att samma procentuella ökning per månad fortsätter även efter 1 maj. Vilken månad väntas i så fall antalet nedladdningar överstiga 2 000 000 st?

(0/2/0)

D5. Antalet av ett visst utrotningshotat djur har gått från 5000 individer år 1970 till 800 individer år 2000.

Anta att samma genomsnittliga procentuella minskning per år fortsatt även efter år 2000.

Hur många djur väntas finnas år 2025?

(0/3/0)

D6. En lägenhet, A, såldes år 2005 för 800 000 kr.

År 2014 var samma lägenhet värd 1 200 000 kr.

Anta att det värdet årligen ökat med **lika många procent** under hela tidsperioden, och även fortsätter att göra det.

a) Bestäm vilket år värdet på lägenheten väntas passera 2 500 000 kr.

(0/3/0)

b) En annan lägenhet, B, var år 2005 värd 1 500 000 kr och år 2014 hade värdet ökat till 2 040 000 kr.

Utgå från att värdet på lägenheten årligen fortsätter öka med **lika många kronor** även fortsättningsvis.

Vilket år i framtiden väntas de båda lägenheterna A och B vara värda lika mycket? (0/1/1)

D7. Sture Storfräs har sparat pengar på ett aktiekonto.

Han satte 1:a Januari år 2005 in 100 000 kr på kontot och 1:a Januari år 2016 var saldot 160 000 kr.

Anta att den procentuella ökningen varit lika stor under hela tidsperioden, och även fortsätter vara lika stor.

År 2005 bodde i Stures samhälle 20 000 människor.

Anta att antalet människor i Stures samhälle ökar med 300 personer varje år.

Sture är mycket uppskattande till chokladdrycken PUCKO, och har en dröm - "*PUCKO för Alle*" – att hans fondkonto bekostar en PUCKO till alla i samhället.

Anta att priset på PUCKO är konstant 12 kr under alla år.

Under vilket år kommer Stures fondkonto kunna användas till att köpa en PUCKO till varje invånare samhället?



(0/1/3)