2.5 Andragradsfunktioner – modellering (och problemlösning)

Del 1 – Utan digitala verktyg

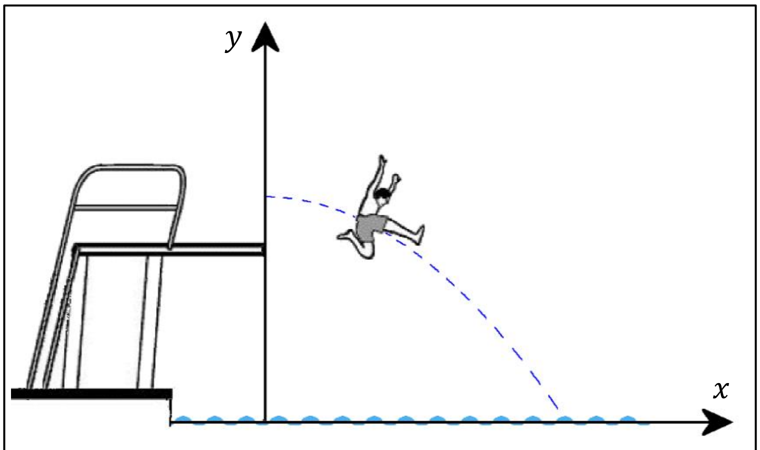
1. Svante Simhopp hoppar från ett mindre hopptorn ned i en vattenbassäng.

   Hoppet kan beskrivas med NÅGON av de båda modellerna:

   A: $y = +0{,}6x^2 + 3{,}5$

   B: $y = -0{,}6x^2 + 3{,}5$

   y är antal meter över vattnet
   x är antal meter längs vattnet



OBS! Figuren är inte skalenlig!

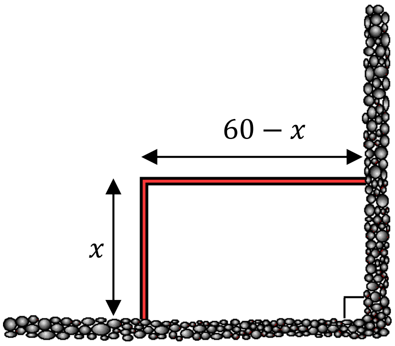
a) Vilken av de båda modellerna **A** eller **B** passar bäst för att beskriva hoppet? *Motivera ditt svar!* (1/0/0)

b) I båda modellerna finns siffran 3,5. Vad innebär den? (1/0/0)

2. En bonde ska bygga en rektangulär hage mot två stenmurar. Stenmurarna är vinkelräta mot varandra, och det finns tillgång till totalt 60 meter stängsel.

   Se figuren till höger.

   Ta fram en **andragradsfunktion** som beskriver hur arean av hagen blir för olika värden på x (2/0/0)



3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Fasta situationer i fotboll är till exempel frispark och inkast. Vid båda dessa tillfällen har spelet tillfälligt stannat upp och bollen ska åter sättas i spel. Vid en fast situation satte en spelare bollen i rörelse. Bollen följde därefter en bana som kan beskrivas med formeln

$$y = 2{,}0 + 0{,}62x - 0{,}043x^2$$

där y är höjden i meter över marken och x är avståndet i meter längs marken från den plats där spelaren befann sig.

Gjorde spelaren en frispark eller ett inkast? Motivera ditt svar. (0/1)

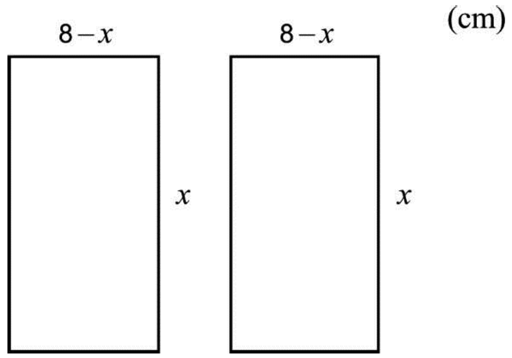
4. En kulstötare stöter en kula. Kulans bana i luften kan beskrivas med modellen
$f(x) = -0{,}1x^2 + x + 2$
där
f är höjden över marken i meter och
x är det horisontella avståndet längs marken.

a) Vad innebär siffran 2 i modellen ovan? (1/0/0)

b) Hur högt över marken är kulan när den som är högst? (0/2/0)

5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8-x)$ cm.



Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

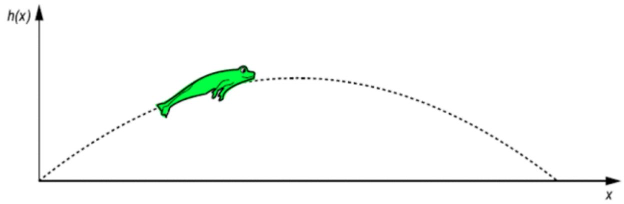
6. Ett UF-företag säljer egentryckta plastkortlekar på en marknad.
De räknar med att sälja 50 stycken om priset per kortlek är 40 kr / st, och
de förutspår att för varje krona priset sänks med kommer antalet sålda kortlekar
öka med 2 st.

Bestäm vilket pris de ska ha på kortlekarna för att få så stor vinst som möjligt. (0/3/0)

Del 2 – Med digitala verktyg

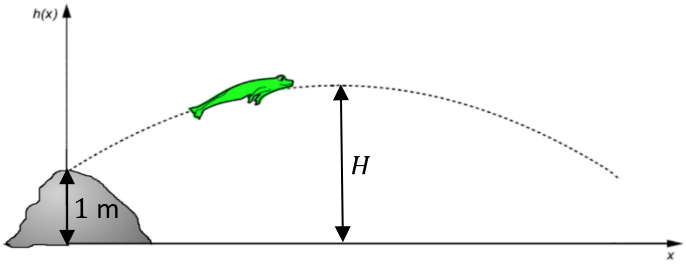
D1. På ett gammalt nationellt prov fanns en uppgift om världens då längsta dokumenterade grodhopp.

Hoppet följde andragradsfunktionen $h(x) = -0{,}15x^2 + x$ där
h är höjden över marken, räknat i meter
x är sträckan längs marken, räknat i meter.



a) Hur långt var grodhoppet? (2/0/0)

b) Anta att grodan hoppar ett identiskt hopp,
men denna gång från en 1 meter hög sten (se figur nedan)



Hur högt över marken, i figuren märkt H, ligger då hoppets **högsta punkt**? (1/1/0)

D2. I uppgift 3 beskrivs hur ett inkast i fotboll kan göras enligt formeln

$$y = 2 + 0{,}62x - 0{,}043x^2$$

där

x är avståndet från den plats där bollen kastades räknat i meter längs marken.
y är höjden över marken räknat i meter.

a) Hur långt går inkastet? (2/0/0)

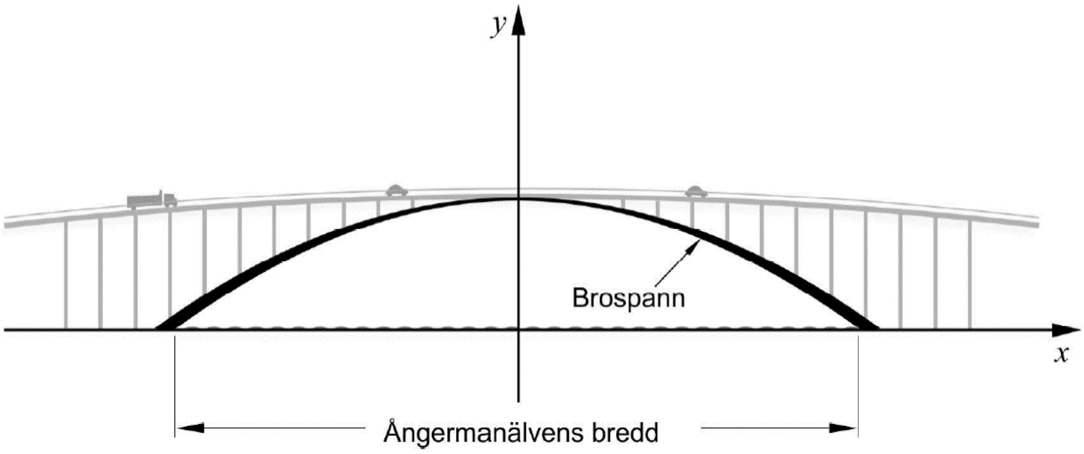
b) Bestäm $y(3)$ och tolka dess innebörd i detta sammanhang (2/0/0)

c) Hur högt över marken är bollen i sin högsta punkt? (0/1/0)

d) Hur långt har bollen gått när den är på samma höjd som den kastades ifrån? (0/1/0)

D3. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen h där

$$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$$

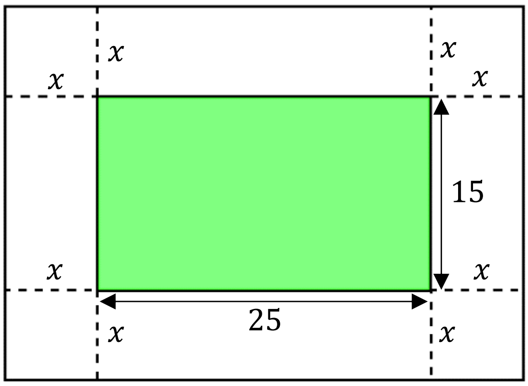
$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.
x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt?
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Beräkna bredden på Ångermanälven under bron. (0/2/0)

D4. En gräsmatta med måtten 25 x 15 m ska utökas lika långt åt alla håll.
Den utökade gräsmattan ska ha **dubbelt så stor area** som den ursprungliga.

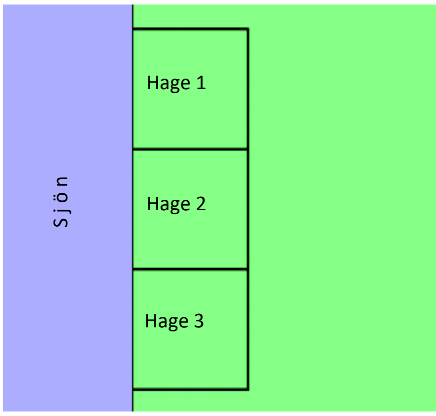
Vad blir den utökade gräsmattans mått? *Svara med en decimal!* (0/3/0)



D5. En kanon står på en klippa och skjuter i väg ett skott snett uppåt.
Klippan är 82 meter hög. Efter att ha åkt 130 meter längs marken är kulan på sin högsta punkt, 120 meter över marken nedanför.

Hur långt går skottet innan det landar, räknat horisontellt? (0/1/1)

D6. Ytterligare en hagsugen bonde är i farten.
Denna gång ska tre lika stora rektangulärt formade hagar byggas.
Hagarna ska byggas mot en märkligt rak sjöstrand, och för bygget finns totalt 360 meter stängsel.

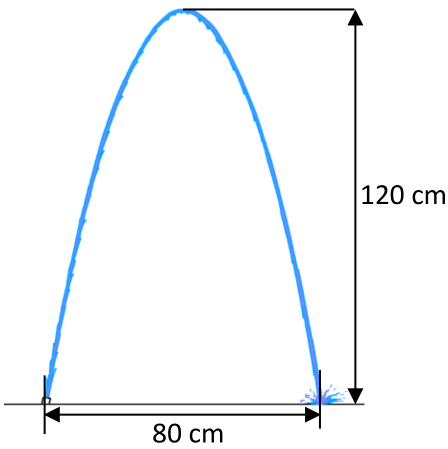


Bestäm måtten på hagarna så gör att den totala arean blir så stor som möjligt. (0/2/1)

D7. En fontän sprutar vatten snett uppåt i en båge.

Vattnet landar då på samma höjd men 80 cm längre fram.

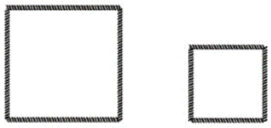
Vattnets högsta punkt är 120 cm ovanför utgångspunkten.
(se figur till höger)



Walter vill samla in vatten i en 60 cm hög smal behållare.
Hur långt ifrån nedslagspunkten ska Walter ställa denna behållare för att vattenstrålen ska träffa den? (0/1/2)

D8. Lös uppgiften ifrån det gamla NP nedan. (0/0/2)

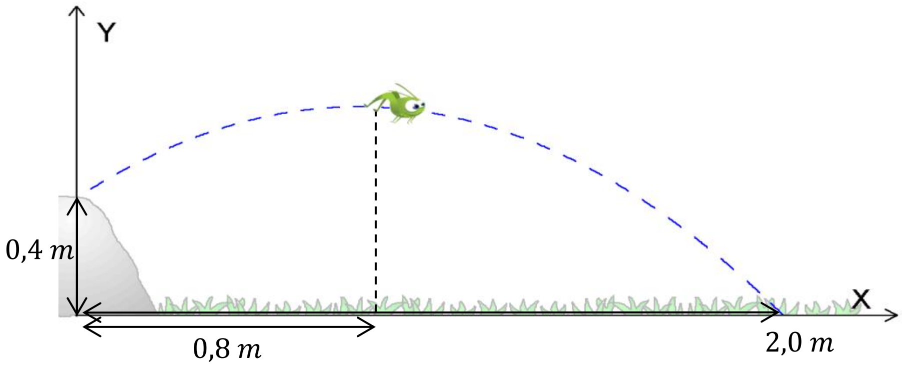
Ett tunt snöre är 24 m långt. Snöret kan formas till olika geometriska figurer.



Snöret delas i två olika långa delar. Av varje del formas en kvadrat, se Figur.

Undersök om det är möjligt att kvadraterna tillsammans får arean 17 m^2.

D9. Gräshoppan Gullig hoppar från en 0,4 meter hög sten.
Gullig landar då 2 meter längre fram.
Högsta punkten i hoppet nåddes 0,8 meter från stenen, räknat längs marken.
Se figuren nedan.



Hur mycket *längre* skulle hoppet ha blivit om Gullig istället hoppat från en annan sten som var 1 meter hög om hoppet i övrigt följt samma funktion som hoppet i figuren ovan? (0/0/3)