

Namn: _____

Matematik 4 – Prov på E-nivå

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel - Endast svar krävs!

1. Ge exempel på en trigonometrisk funktion som uppfyller villkoren nedan:

största värdet 4
minsta värdet -4
perioden 120°

Svar: _____ (2/0/0)

2. Lös ekvationen $z^3 + 6z^2 + 34z = 0$

Svar: $z_1 =$ _____

$z_2 =$ _____

$z_3 =$ _____ (2/0/0)

3. Derivera

a) $y = 2(4 + 5x)^3$

Svar: _____ (1/0/0)

b) $y = e^{2x} \cdot x^2$

Svar: _____ (1/0/0)

c) $y = \ln(x) + \sin(4x)$

Svar: _____ (1/0/0)

4. För de två komplexa talen z_1 och z_2 gäller

$$z_1 = 5(\cos(30^\circ) + i\sin(30^\circ)) \text{ och } z_2 = 2(\cos(120^\circ) + i\sin(120^\circ))$$

- a) Bestäm $|z_1/z_2|$

Svar: _____ (1/0/0)

- b) Bestäm $z_1 \cdot z_2$

Svar: _____ (1/0/0)

- c) Bestäm ett värde på n så att
 $\arg(z_1^n) = \arg(z_2)$

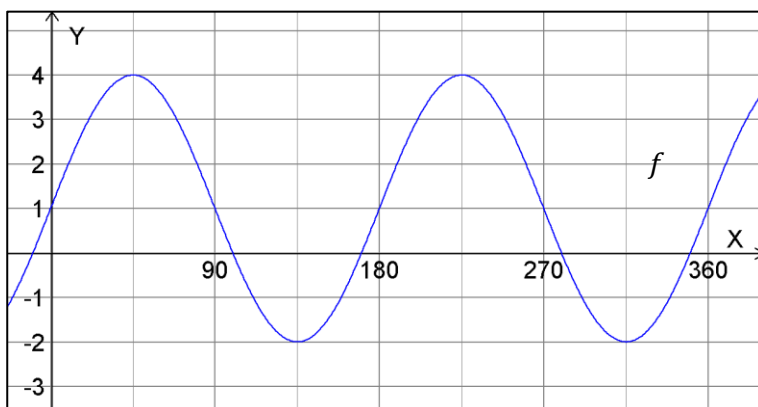
Svar: _____ (1/0/0)

5. Det finns många komplexa tal, z , som uppfyller att $z + \bar{z} = 12$

Ge ett exempel på ett sådant tal.

Svar: _____ (1/0/0)

6. Figuren nedan visar grafen till en trigonometrisk funktion, som kan skrivas på formen $y = A \cdot \sin(kx) + B$



Bestäm värdet av konstanterna A , B och k

Svar: $A =$ _____

$B =$ _____

$k =$ _____

(2/0/0)

7. Hur många *radianer* är 10° ?

Svar: _____

(1/0/0)

8. a) Markera i det komplexa talplanet nedan det komplexa talet

$$(2 - i)(2 + i) + 2i$$

Märk talet med a)

(1/0/0)

b) Markera i det komplexa talplanet nedan ett komplext tal, z ,
som uppfyller de båda villkoren:

$$\operatorname{Re} z = 0$$

$$|z| = 3$$

Märk talet med b)

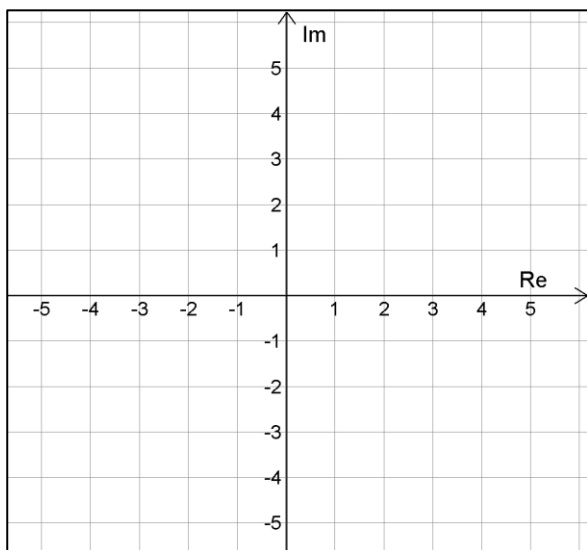
(1/0/0)

c) Markera i det komplexa talplanet nedan ett komplext tal, z ,
som uppfyller villkoret:

$$\arg z = 135^\circ$$

Märk talet med c)

(1/0/0)



9. Funktionen nedan har två asymptoter. Ange dessa två.

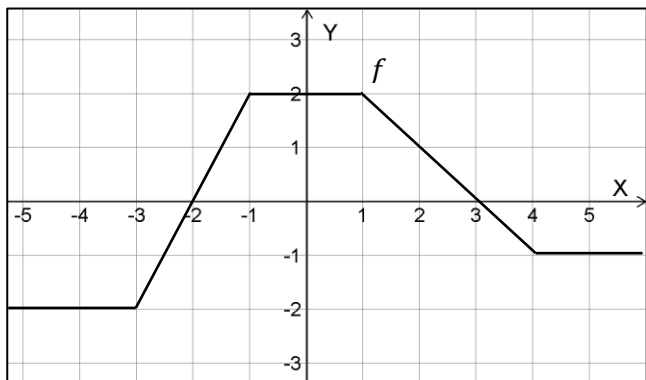
$$f(x) = \frac{6x + 5}{3x - 3}$$

Svar: $x =$ _____

$y =$ _____

(2/0/0)

10. Nedan visas grafen till funktionen f .



a) Bestäm värdet av integralen $\int_{-3}^2 f(x)dx$

Svar: _____

(1/0/0)

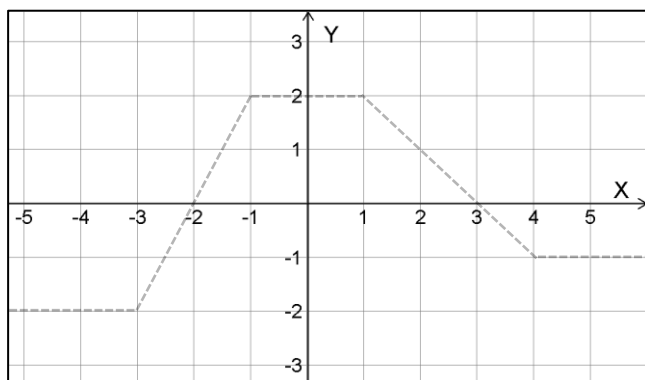
b) Bestäm vad talet a ska vara för att lösa ekvationen $\int_2^a f(x)dx = 0$

Svar: $a =$ _____

(1/0/0)

c) Rita i det tomma koordinatsystemet nedan grafen till $y = |f(x)|$
Som hjälp finns grafen till f svagt streckad.

(2/0/0)



Del 1b – Utan digitala hjälpmedel - Endast svar krävs!

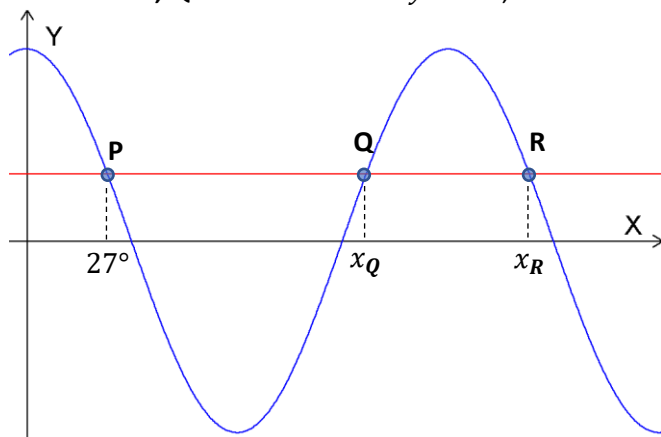
11. Beräkna $\frac{14 + 2i}{1 + 3i}$
Svara på formen $a + bi$!

(2/0/0)

12. Lös ekvationen $\sin(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
Svara i grader!

(3/0/0)

13. Nedan visas grafen till en icke-förskjuten cosinusfunktion med **perioden 160°** . Punkterna **P**, **Q** och **R** har samma y -värde, och x -koordinaten för punkten **P** är 27°



Bestäm skillnaden mellan x -koordinaterna hos punkterna **R** och **Q**, dvs $x_R - x_Q$

(3/0/0)

14. Visa att $(\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin x \cos x = 1$

(2/0/0)

Namn: _____

Matematik 4 – Prov på E-nivå

Del 2 – Med digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar/motiveringar krävs (om inget annat anges)!

D1. Utgå från ekvationen $-0,15x^2 + 0,18x = \cos(1,7x)$.

Ekvationen har flera lösningar. Samtliga ligger i intervallet $-3 \leq x \leq 3$

a) Hur många lösningar har ekvationen?

(1/0/0)

Endast svar krävs!

b) Bestäm den största av ekvationens lösningar.

(1/0/0)

Svara med tre värdesiffror!

Endast svar krävs!

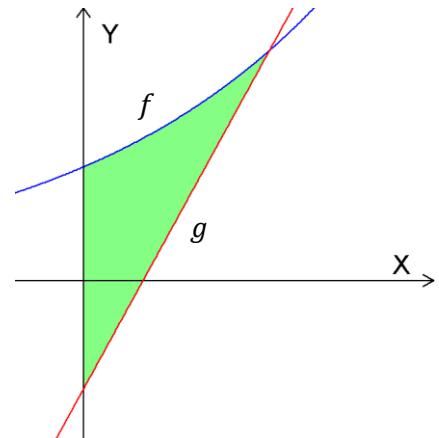
D2. Figuren visar ett område som begränsas av x -axeln samt graferna till funktionerna

$$f(x) = 1,6^x \text{ och } g(x) = 2x - 1$$

Bestäm arean av området.

Svara med 2 decimaler!

(2/0/0)



- D3. Bestäm det värde på konstanten a så att funktionen $y = e^{3x}$ är en lösning till differentialekvationen

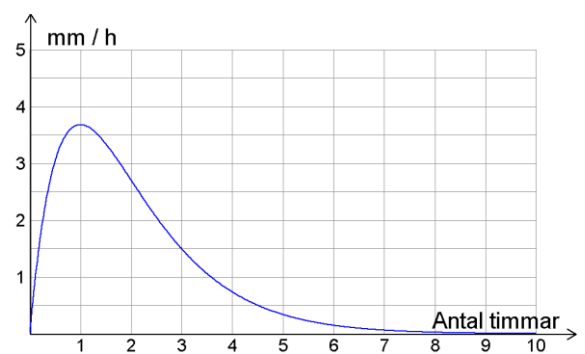
$$y'' + y' - ay = 0$$

(2/0/0)

- D4. I den lilla orten BlötTräsk regnar det mycket.
En dag gavs intensiteten hos regnet av

$$f(x) = 10x \cdot e^{-x}$$

där x är antalet timmar som gått sedan regnandet började.



Hur mycket regn hade kommit efter 3 timmar?

(2/0/0)

Svara med 2 decimaler!

- D5. Enligt en förenklad modell kan vattennivån under ett visst dygn på ett ställe där tidvatten förekommer beskrivas med

$$y = 8,0 + 8,0\cos(0,52x)$$

där y är vattnets höjd i meter jämfört med lägsta vattennivån och x är antalet timmar efter klockan 03.00

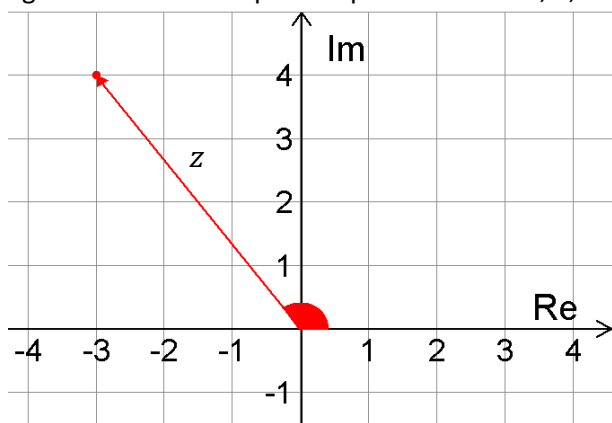
- a) Bestäm höjdskillnaden mellan högsta och lägsta vattennivån enligt modellen. (1/0/0)

- b) Hur högt över lägsta vattennivån är vattnet klockan 07.00 ? (1/0/0)
Endast svar krävs!

- c) Vid vilket klockslag är vattnet som lägst? (1/0/0)
Endast svar krävs!

- d) Bestäm värdet av $y'(5)$ samt tolka resultatet. (2/0/0)
Endast svar krävs!

D6. Figuren visar ett komplext talplan med ett tal, z , markerat.



Skriv talet z i polär form.

(2/0/0)

D7. För en vinkel, v , som befinner sig i första kvadranten gäller att $\cos(v) = \frac{1}{4}$

Bestäm värdet av $\sin(v)$.

Svara exakt!

(2/0/0)

D8. Mattias önskar lösa ekvationen $f(x) = 0$ om $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$.

Han ser på grafen att en lösning är $x = 1$.

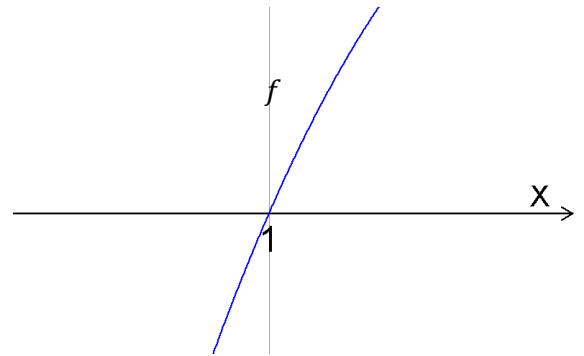
För att lösa ekvationen påbörjar han polynomdivisionen

$$\frac{f}{x+1}$$

Mattias utför dock fel polynomdivision för att lösa ekvationen.

a) Vilken division borde Mattias ha gjort istället?

Endast svar krävs!



(1/0/0)

b) Nedan visas Mattias påbörjade polynomdivision.

Divisionen är inte slutförd.

Bestäm vad **resten** blir genom att slutföra polynomdivisionen.

(2/0/0)

$x^2 - 8x$		
$x^3 - 7x^2 + 14x - 8$		
$x^3 + 1x^2$		
$0 - 8x^2 + 14x - 8$		
$-8x^2 - 8x$		
$0 \quad 22x - 8$		

c) Lös ekvationen $f(x) = 0$ med hjälp av ditt digitala verktyg.

(1/0/0)

- D9. Volymen av den rotations kropp som fås då en funktion, f , roterar kring x -axeln kan bestämmas genom att lösa integralen

$$\int_a^b \pi \cdot f^2 dx$$

där a och b är de x -värden som begränsar området som ska roteras.

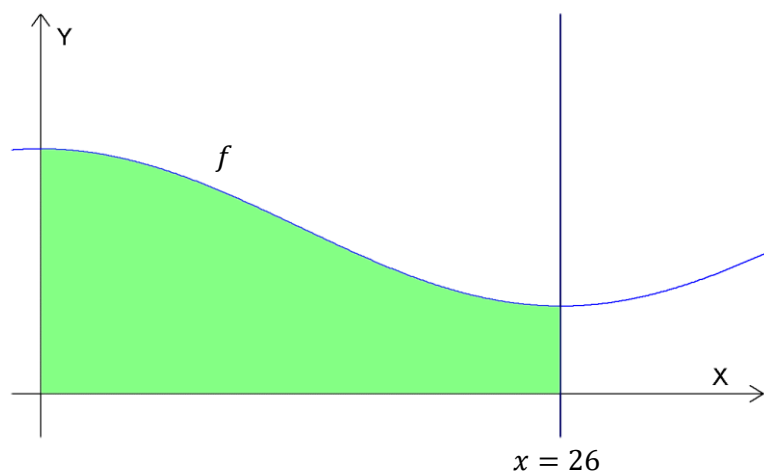
Använd detta för att lösa uppgiften nedan:

"På IKEA kan man köpa en taklampa som ser ut som bilden.

En matematisk modell som kan användas för att skapa lampan är den rotations kropp som fås då det område som begränsas av de båda positiva koordinataxlarna, linjen $x = 26$

samt grafen till funktionen $f(x) = 4,5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{26}x\right) + 9,5$

roteras kring x -axeln.



Alla mått är i cm.

Undersök om lampan rymmer mer än 5000 cm^3 ”.

(2/0/0)