FAC IT

Några modelleringsuppgifter om trig. funktioner

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

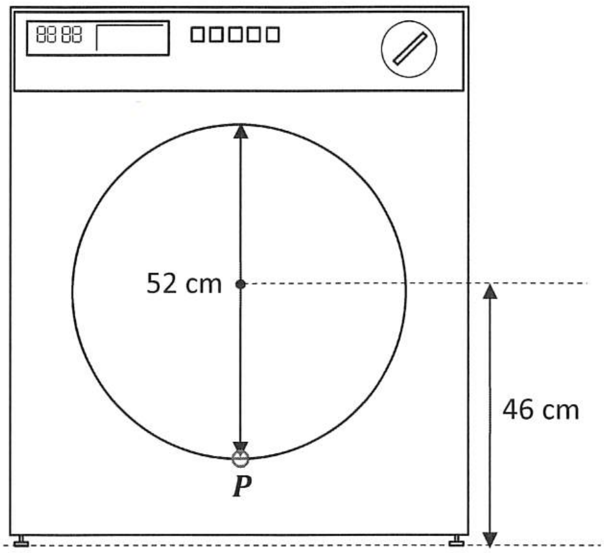
1. För en viss tvättmaskin gäller att den centrifugerar med den konstanta hastigheten 1500 varv / minut.

   För en viss punkt på trumman, $\boldsymbol{P}$, gäller då att dess höjd över golvet under pågående centrifugering kan beskrivas enligt modellen.

   $h(x) = A\cos(kx) + B$

   där h är höjden över golvet i cm och x är tiden som maskinen centrifugerat, räknat i sekunder.

   När centrifugeringen börjar befinner sig den aktuella punkten på trumman längst ned. Se figur.



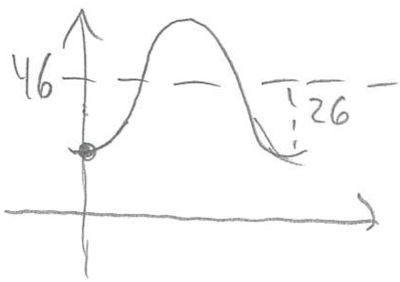
Tvättmaskinen vid tiden $x = 0$ s

Ta fram exakta värden på konstanterna A, k och B (1/3/0)

$B = 46$ (Avståndet till mitten)

$A = -52/2 = -26$

Minus pga startar längst ned



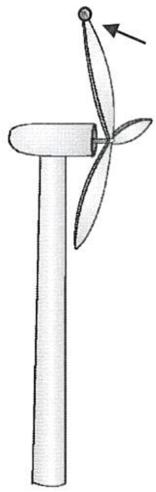
k: 1500 varv/minut $\Rightarrow$ $1500/60 = 25$ varv/s

$\Rightarrow$ 1 varv $= 1/25$ s $\Rightarrow$ $k = \dfrac{2\pi}{1/25} = 50\pi$

2. Ett visst vindkraftverk har består av 3 rotorblad.
Dessa är placerade i toppen av ett högt torn.

En höjddetektor placeras längst ut på ett av rotorbladen.

Se figuren till höger.



Under rotationen registrerar höjddetektorn en höjd över marken, y meter efter t sekunder som kan anpassas till modellen

$$y = 105 - 45\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{6}\right)$$

a) Vad innebär siffrorna 105 och 45 i modellen? (2/0/0)

105 = Avståndet mellan marken och mitten på rotorn

45 = längden på ett rotorblad

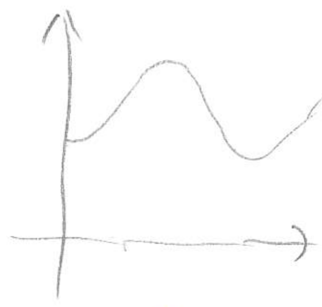
b) Hur lång tid tar ett varv enligt modellen? (1/1/0)

$$k = \frac{\pi}{6} \Rightarrow P = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/6} = 2\pi \cdot \frac{6}{\pi} = 12s$$

c) Undersök om det går att avgöra om vindkraftverket roterar medurs eller moturs (0/1/1)

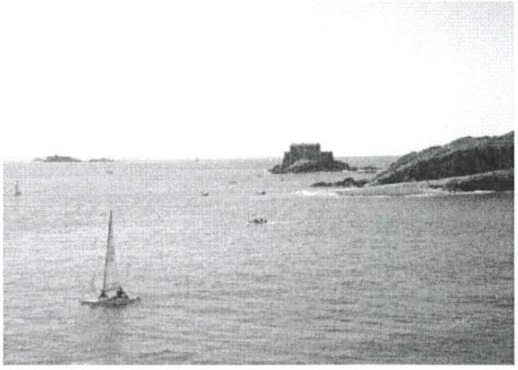
Figuren är en neg. cos-kurva ⇒

Dock framgår det inte var punkten med höjddetektorn sitter vid tiden $t=0$ ⇒ Det går bara att avgöra att höjden ökar, men inte åt vilket håll den roterar.



Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

D1. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.



Utanför den franska staden Saint Malo som ligger vid kusten mot Engelska kanalen, har man funnit att vattendjupet y meter under en viss tid varierar enligt sambandet

$y(t) = 8{,}0 - 5{,}0\sin\frac{\pi t}{6}$, där t är tiden i timmar räknat från kl 08.00.

a) Hur stort är vattendjupet kl 16.30? (1/0)

b) När under dygnet är vattendjupet minst? (1/1)

a) kl. 16.30 ⇒ 8,5 timmar efter 8.00

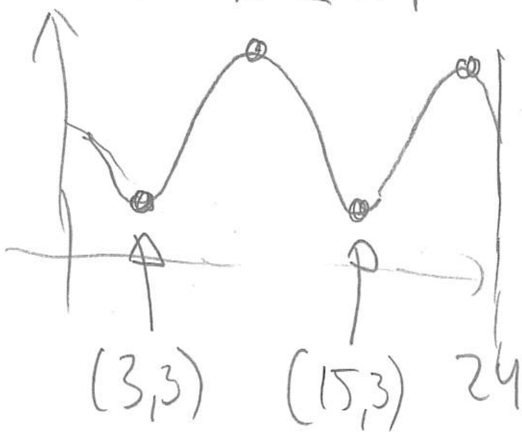
⇒ $x = 8{,}5$ ⇒ $y(8{,}5) =$ 12,8 m

b) Vattendjupet minst ⇒ minpunkter mellan $0 < x < 24$

Extrempunkt ⇒

$x = 3$ ⇒ kl. 11.00

$x = 15$ ⇒ kl. 23.00

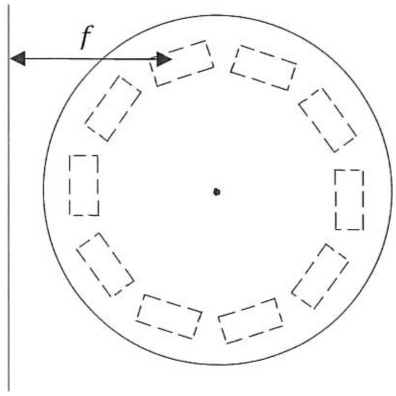


D2. En viss barnkarusell rör sig runt i en cirkel med platser i form av olika djur.

För en av platserna på karusellen kan det vinkelräta avståndet från en av kanterna beskrivas med modellen

$f(t) = 4 \cdot \sin(0{,}185t - 0{,}2) + 5$

där f är det vinkelräta avståndet räknat från en viss linje (se figur) räknat i meter och t är tiden karusellen varit i gång räknat i sekunder.



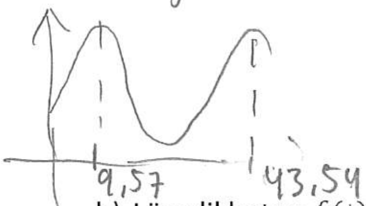
Skiss av karusellen och dess platser sedd uppifrån vid tiden $t = 0$ s

a) Hur lång tid tar ett varv i karusellen? (2/0/0)

$k = 0{,}185 \Rightarrow P = \frac{2\pi}{0{,}185} \approx 34$ s

Det går även avgöra perioden via grafen

Extrempunkt

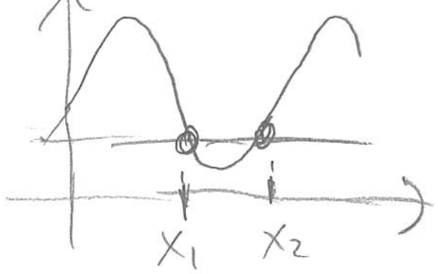


$P = 43{,}54 - 9{,}57 \approx 34$ s

b) Lös olikheten $f(t) < 3$ och tolka svaret (0/2/1)

Rita grafen och linjen $y = 3$

$\Rightarrow$



Skärning $\Rightarrow$

$x_1 = 20{,}89$

$x_2 = 32{,}21$

"<" $\Rightarrow$ Trig grafen under $y = 3$

$\Rightarrow$ mellan skärningspunkterna: $20{,}89 + n \cdot 33{,}96 < x < 32{,}21 + n \cdot 33{,}96$

"Varje varv är platsen på karusellen närmare än 3 meter (räknat vinkelrätt) under 11,32 s"