Del B	Uppgift 1-9. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 10-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 25 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

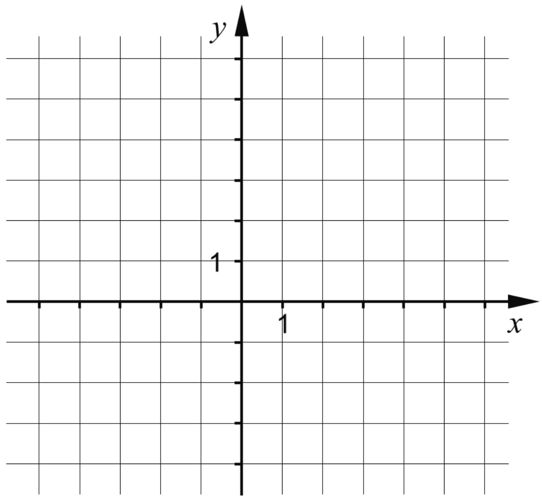
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. En rät linje går genom punkten (2, 3) och har lutningen $k = 2$

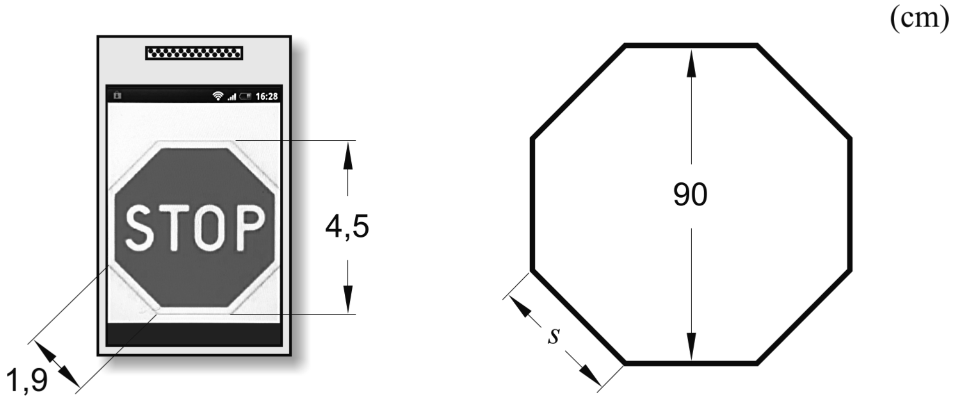
a) Rita linjen i koordinatsystemet nedan. (1/0/0)



Ekvationen för linjen kan skrivas på formen $y = kx + m$.

b) Vilket m-värde har linjen? ______________________ (1/0/0)

2. Kajsa är med i en teatergrupp och ska tillverka en stoppskylt av kartong till en föreställning. Hon letar på Internet och får reda på att höjden av en stoppskylt är 90 cm men hittar inte hur lång en sida är. Kajsa söker då fram en bild av en stoppskylt med sin mobiltelefon. Hon mäter skyltens höjd och en av sidorna. Se nedan.

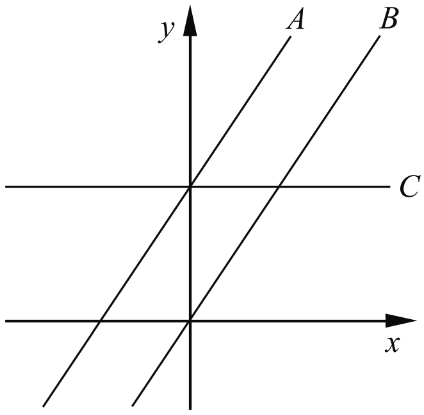


Hur lång är stoppskyltens sida s i verkligheten? ______________________ (1/0/0)

3. Ange en andragradsekvation där den ena komplexa roten är $x = -3i$

______________________ (1/0/0)

4. I figuren är tre räta linjer A, B och C ritade. Ekvationen för linje A är $y = 1,5x + 3$



Linjerna A och B är parallella.

a) Ange ekvationen för linje B. ______________________ (1/0/0)

Linje C är parallell med x-axeln.

b) Ange ekvationen för linje C. ______________________ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $10^x = 9$ ______________________ (1/0/0)

b) $\sqrt{x} = 10^{\lg 9}$ ______________________ (0/1/0)

6. Ge ett förslag på vad som kan stå i parenteserna för att likheten ska gälla.

$(\quad) \cdot (\quad) = 4x^2 - 36$

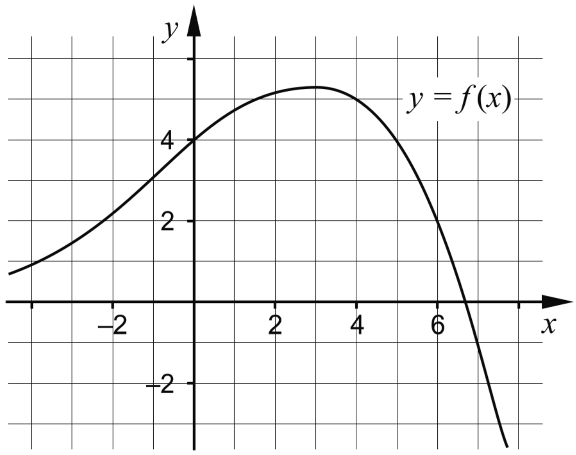
Variabeln x ska förekomma i båda parenteserna. $(\quad)\cdot(\quad)$ (0/1/0)

7. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $8y + (4 - y)^2$ ____________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{3(x+3)^2 - 3(3+3x)}{3}$ ____________________ (0/1/0)

8. Figuren visar grafen till funktionen f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ ____________________ (0/1/0)

b) Använd grafen och bestäm $f(b)$ då $f(b-1) = 4$

____________________ (0/0/2)

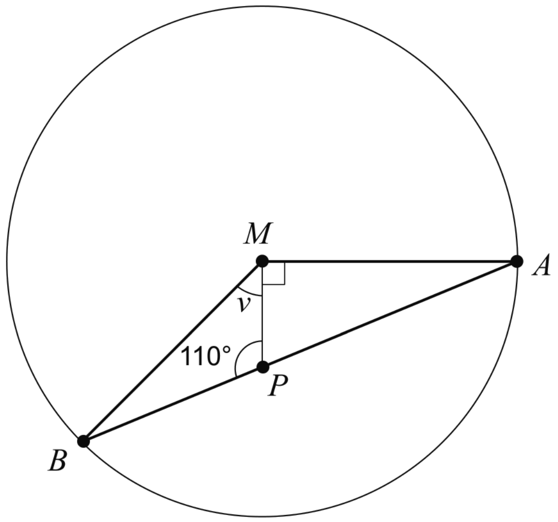
9. Bestäm för vilka värden på x som olikheten $x^2 > 3$ gäller.

____________________ (0/1/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationen $x^2 - 8x - 9 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Triangeln *ABM* är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*.
Punkten *P* ligger på linjen *AB*, se figur.



Bestäm vinkeln *v*. (1/1/0)

12. Bestäm de värden på *x* där graferna till andragradsfunktionen
$f(x) = 3x^2 - 4x - 29$ och linjen $g(x) = 2x + 16$ skär varandra. (0/3/0)

13. Lös ekvationen $\sqrt{5 - x} + 3 = x$ med algebraisk metod. (0/3/0)

14. En maskin tillverkar skruvar. Skruvarnas längder är normalfördelade med en standardavvikelse på 0,20 mm.

Ungefär 82 % av skruvarna har en längd mellan 54,0 mm och 54,6 mm.

Bestäm skruvarnas medellängd. (0/2/1)

15. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = x^2 + a$ och $g(x) = -x^2 + b$.
Antalet skärningspunkter mellan funktionernas grafer beror på hur konstanterna a och b väljs.

Undersök hur antalet skärningspunkter beror på valet av a och b. (0/2/1)

16. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} \lg x^3 - \lg y^{-2} = 13 \\ \lg x + \lg y = 5 \end{cases}$ (0/0/2)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 25 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

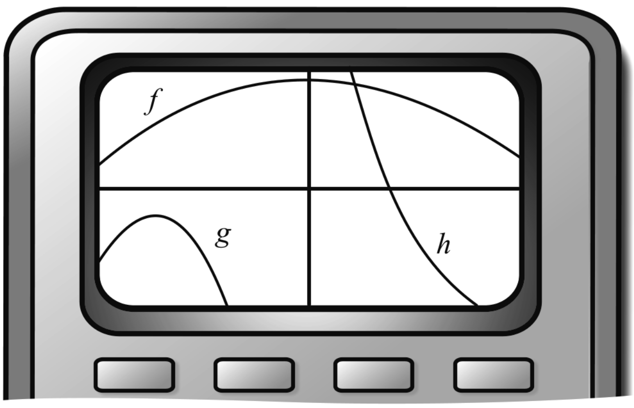
Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Albin och Joakim ska ha en filmkväll och köper läsk och godis. Albin betalar 86 kr för två läsk och fyra godispåsar. Joakim köper tre läsk och två godispåsar och betalar 68 kr.

Låt priset för en läsk vara x kr och för en godispåse y kr. Ställ upp ett ekvationssystem och beräkna vad en läsk respektive en godispåse kostar. (2/0/0)

18. Bestäm ekvationen för en rät linje som skär x-axeln då $x = 5$ och som har en positiv lutning. (2/0/0)

19. Petter ska bestämma antalet nollställen till tre andragradsfunktioner f, g och h. Han har ritat funktionerna med hjälp av en grafräknare. Bilden visar fönstret på grafräknaren.



Petter säger: ”Jag måste ändra inställningen på axlarna, så jag kan se mer av graferna.”

Petters lärare John säger: ”Det behöver du inte, du kan redan nu se hur många nollställen var och en av andragradsfunktionerna har.”

Ange antalet nollställen till var och en av funktionerna f, g och h samt förklara hur du kan bestämma detta med hjälp av den givna bilden. (2/1/0)

20. Koncentrationen av vätejoner i naturen påverkar både vattnet och marken omkring oss. pH-skalan som beskriver denna koncentration är logaritmisk. Sambandet mellan pH-värdet och vätejonkoncentrationen kan skrivas
$y = -\lg x$
där y är pH-värdet och x är vätejonkoncentrationen i mol/dm^3.

a) Bestäm pH-värdet då vätejonkoncentrationen är $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ mol/dm^3.
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Under en laboration mättes pH-värdet i ett regnvattenprov till 5,60. Beräkna koncentrationen av vätejoner i regnvattenprovet. (0/1/0)

21. Medianen för tre heltal är 34. Medelvärdet är 26 och variationsbredden 30.

Vilka är de tre talen? (0/3/0)

22. Ett av Sveriges miljömål är att minska koldioxidutsläppet. År 1990 var koldioxidutsläppet $7{,}29 \cdot 10^7$ ton. År 2011 hade utsläppet minskat till $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Anta att koldioxidutsläppet har minskat enligt det exponentiella sambandet
$y = C \cdot a^x$
där y motsvarar koldioxidutsläppet i ton och x motsvarar antalet år efter 1990.

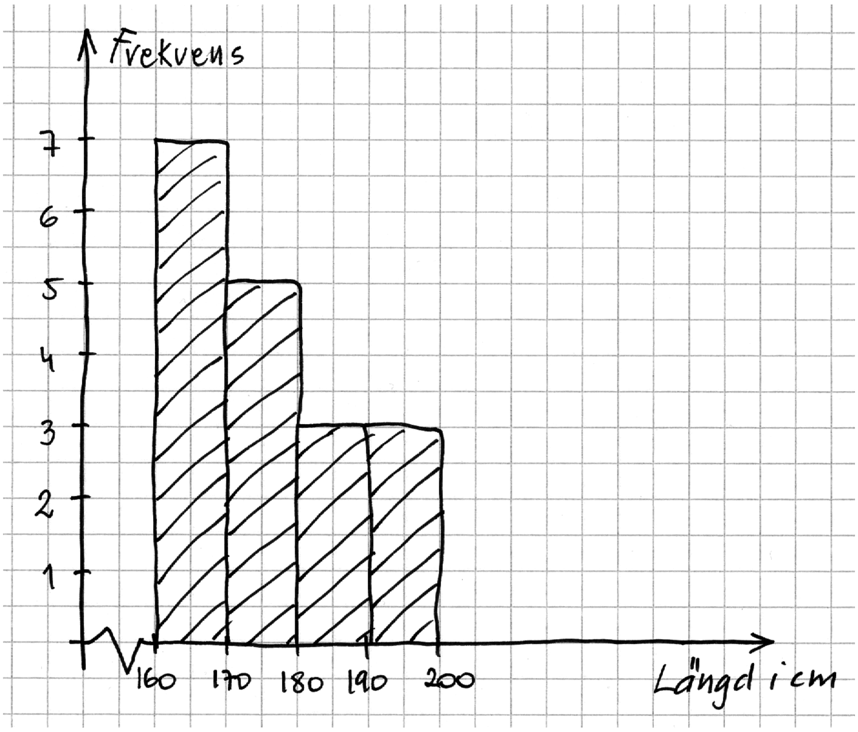
a) Bestäm konstanten C i sambandet ovan. *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna den årliga procentuella minskningen mellan år 1990 och år 2011. (2/0/0)

Målet är att minska koldioxidutsläppet med 40 % från år 1990 till år 2020.

c) Anta att den årliga procentuella minskningen är 1 % från och med år 2011 då utsläppet var $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Hur många år kommer det att ta, räknat från år 2011, innan koldioxidutsläppet är 40 % lägre än år 1990? (0/2/0)

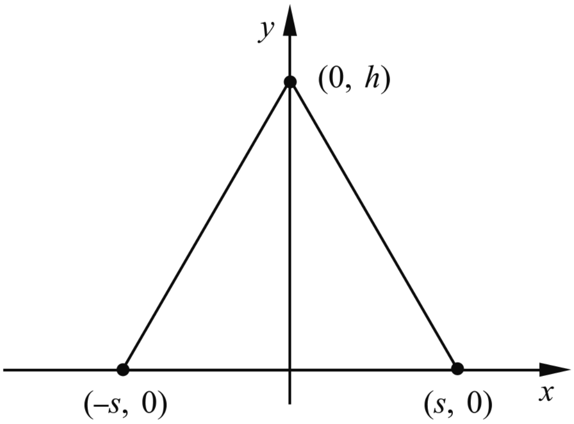
23. Emelie gör en statistisk undersökning om sina 18 klasskamraters längd. Hon beräknar sedan medelvärdet av längderna och får det till 175,5 cm.
Emelie presenterar sina resultat i ett histogram. Se nedan.



Emelie visar histogrammet för Anton. Han beräknar medelvärdet med hjälp av histogrammet och får då medelvärdet till 176,1 cm. Både Emelie och Anton räknar rätt men får olika medelvärden.

Förklara varför medelvärdet blir olika med de olika metoderna. (0/1/1)

24. En liksidig triangel är ritad i ett koordinatsystem. Den har sina hörn i punkterna $(0,\ h), (-s,\ 0)$ och $(s,\ 0)$



Bestäm den liksidiga triangelns area A uttryckt endast i s. (0/0/3)

25. Bilden visar en fontän i Sydkoreas huvudstad Seoul.

Avståndet längs vattenytan från en stråles start till dess att strålen träffar vattnet är ungefär 2,3 m. Strålens högsta höjd över vattenytan är ungefär 3,1 m. Anta att strålens bana har samma form som grafen till en andragradsfunktion.

Bestäm en funktion som beskriver strålens bana. (0/0/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 8b_1 och 8b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 8b.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1a		1										
	1b	1											
	2	1											
	3			1									
	4a	1											
	4b	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6						1						
	7a		1										
	7b						1						
	8a					1							
	8b_1									1			
	8b_2									1			
	9_1							1					
	9_2											1	
Del C	10_1		1										
	10_2		1										
	11_1				1								
	11_2								1				
	12_1					1							
	12_2						1						
	12_3						1						
	13_1						1						
	13_2						1						
	13_3								1				
	14_1					1							
	14_2							1					
	14_3											1	
	15_1					1							
	15_2								1				
	15_3												1
	16_1											1	
	16_2											1	

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1			1									
	17_2			1									
	18_1			1									
	18_2			1									
	19_1	1											
	19_2				1								
	19_3								1				
	20a		1										
	20b						1						
	21_1					1							
	21_2							1					
	21_3								1				
	22a			1									
	22b_1			1									
	22b_2			1									
	22c_1							1					
	22c_2							1					
	23_1								1				
	23_2												1
	24_1											1	
	24_2											1	
	24_3												1
	25_1											1	
	25_2											1	
	25_3												1
	Total	**5**	**6**	**8**	**5**	**5**	**8**	**5**	**7**	**2**	**0**	**8**	**7**
Σ	**66**	**24**				**25**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c														
					Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem-lösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4
Del A		3	1	3															
Del B	1a	1	0	0							X	X							
	1b	1	0	0							X								
	2	1	0	0						X									
	3	1	0	0				X									X		
	4a	1	0	0							X								
	4b	1	0	0							X								
	5a	1	0	0	X	X													
	5b	0	1	0	X	X													
	6	0	1	0					X										
	7a	1	0	0					X										
	7b	0	1	0					X										
	8a	0	1	0								X							
	8b	0	0	2								X							
	9	0	1	1	X								X				X		
Del C	10	2	0	0	X														
	11	1	1	0						X									
	12	0	3	0	X							X							
	13	0	3	0	X														
	14	0	2	1											X	X	X	X	
	15	0	2	1	X							X	X						
	16	0	0	2	X	X	X										X		
Del D	17	2	0	0	X		X										X	X	
	18	2	0	0							X	X					X		
	19	2	1	0							X	X	X						
	20a	1	0	0		X													
	20b	0	1	0		X													
	21	0	3	0											X		X		
	22a	1	0	0	X												X	X	
	22b	2	0	0	X												X	X	
	22c	0	2	0	X												X	X	
	23	0	1	1										X	X				
	24	0	0	3					X	X	X						X		
	25	0	0	3							X	X	X				X	X	
Total		24	25	17															

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 24 E-, 25 C- och 17 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar (-1)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($s = 38$ cm)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t.ex. $x^2 = -9$)	+1 E_{PL}
4.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart svar ($y = 1{,}5x$)	+1 E_B
b)	Godtagbart svar ($y = 3$)	+1 E_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($x = \lg 9$)	+1 E_P
	Kommentar: Även det korrekta men ej förenklade svaret $x = \dfrac{\lg 9}{\lg 10}$ ger poäng.	
b)	Korrekt svar ($x = 81$)	+1 C_P
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $(2x+6)\cdot(2x-6)$)	+1 C_P

7. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($y^2 + 16$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x^2 + 3x + 6$) +1 C_P

8. **Max 0/1/2**

a) Korrekt svar ($a = 7$) +1 C_B

b) Ett godtagbart angivet värde av $f(b)$, t.ex. $f(b) = 2$ +1 A_B

med godtagbart svar ($f(b) = 2$ och $f(b) \approx 4{,}7$) +1 A_B

9. **Max 0/1/1**

En av olikheterna korrekt angiven, t.ex. $x < -\sqrt{3}$ +1 C_{PL}

med korrekt svar ($x < -\sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$) +1 A_{PL}

Del C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 9$, $x_2 = -1$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 1/1/0**

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang där insikt visas om att vinkel $MPA = 70°$ och att vinkel $MAP = 20°$ *eller* att vinklarna *MAP* och *MBP* är lika stora. 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till en korrekt bestämning av vinkeln v, $v = 50°$. 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, visar insikt om att skärningspunkternas x-koordinater fås genom att t.ex. sätta $3x^2 - 4x - 29 = 2x + 16$ +1 C_B

godtagbar fortsättning, t.ex. godtagbar omskrivning av ekvationen till $x^2 - 2x - 15 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5,\ x_2 = -3$) +1 C_P

13. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $5 - x = x^2 - 6x + 9$ +1 C_P

med godtagbar lösning av andragradsekvationen, $x_1 = 1$ och $x_2 = 4$ +1 C_P

med resonemang om varför den ena lösningen utesluts med korrekt svar ($x = 4$) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar att det givna intervallet motsvarar tre standardavvikelser +1 C_B

med godtagbar fortsättning där en korrekt medellängd anges +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (54,2 mm eller 54,4 mm) +1 A_{PL}

15. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, visar grafiskt insikt om att funktionerna *f* och *g* har samma symmetrilinje och att graferna till *f* och *g* har en minimipunkt respektive en maximipunkt

eller

inser att funktionernas skärningspunkter fås om $f(x) = g(x)$ och kommer t.ex. fram till $2x^2 = b - a$ +1 C_B

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekta slutsatser om minst två av fallen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekta slutsatser om alla tre fallen: $a = b$, $a < b$ samt $a > b$. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om den första ekvationen med hjälp av lämplig logaritmlag, t.ex. $3\lg x + 2\lg y = 13$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\begin{cases} x = 1000 \\ y = 100 \end{cases}\right)$ +1 A_{PL}

Del D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”En läsk kostar 12,50 kr och en godispåse 15,25 kr”) +1 E_M

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en korrekt linje +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x - 5$) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/1/0**

Korrekt antal nollställen angivna för de tre funktionerna, *f*: 2 nollställen, *g*: 0 nollställen, *h*: 2 nollställen +1 E_B

Godtagbart enkelt resonemang som förklaring till hur antalet nollställen kan bestämmas med hjälp av någon egenskap hos andragradsfunktioner +1 E_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara *f*, *g*, *h*, figur, termer såsom *x*-led, *y*-led, *x*-koordinat, *y*-koordinat, koordinater, *x*-axel, *y*-axel, punkt, skärningspunkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, graf, kurva, parabel, maximipunkt, minimipunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/1/0**

a) Godtagbart svar (3,9) +1 E_P

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar ($2{,}5 \cdot 10^{-6}$ mol/dm^3) +1 C_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tolkar de tre begreppen på ett korrekt sätt +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7, 34 och 37) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, bråkstreck, definierade variabler, termer såsom median, medelvärde, variationsbredd, storleksordning, minsta talet, största talet etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 3/2/0**

a) Korrekt svar ($7{,}29 \cdot 10^7$) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $6{,}63 \cdot 10^7 = 7{,}29 \cdot 10^7 \cdot a^{21}$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,45 %) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

c) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen
$0{,}60 \cdot 7{,}29 \cdot 10^7 = 6{,}63 \cdot 10^7 \cdot 0{,}99^x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (41,4 år) +1 C_M

Kommentar: Svaren ”41 år” och ”42 år” är godtagbara.

23. **Max 0/1/1**

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som innehåller en förklaring av Antons metod som visar insikt om att han använder klassmitten i sina beräkningar. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som innehåller en förklaring till varför deras värden blir olika, d.v.s. innehåller ett resonemang om att Emelie använder exakta värden i sin beräkning vilket ger det korrekta medelvärdet *och* att Anton beräknar medelvärdet från varje stapels klassmitt vilket inte nödvändigtvis motsvarar hela stapelns medelvärde. 1 C_R och 1 A_R

__Se avsnittet Bedömda elevlösningar.__

24. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar sambandet $(2s)^2 = s^2 + h^2$ med hjälp av Pythagoras sats +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($A = \sqrt{3}s^2$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\pm$, $\sqrt{}$, symbol för rät vinkel, $A(s)$, figur med införda beteckningar, termer såsom x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, area, bas, höjd, sida, längd samt hänvisning till Pythagoras sats etc. +1 A_K

__Se avsnittet Bedömda elevlösningar.__

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer maxpunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sitt definierade koordinatsystem (t.ex. $y = -2{,}34x^2 + 5{,}39x$) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $f(x)$, figur, termer såsom x-led, y-led, x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, skärning med x-axel, punkt, skärningspunkt, symmetri, symmetrilinje, funktion, andragradsfunktion, graf, kurva, funktionsvärde, parabel, maximipunkt etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10

Elevlösning 1 (0 poäng)

$x^2 - 8x - 9 = 0$

$x = -4 \pm \sqrt{16+9}$

$x = -4 \pm 5$

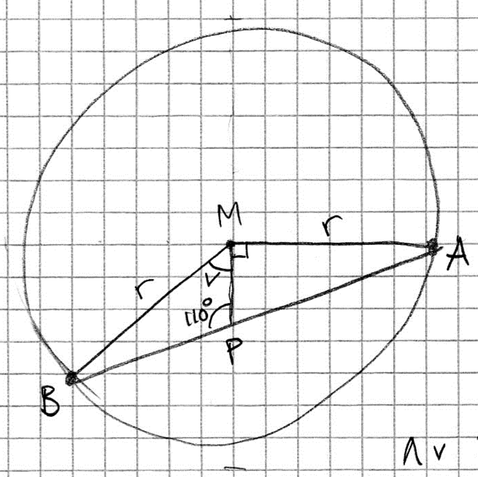
$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -9 \end{array}}$

SVAR: $x_1 = 1 \quad x_2 = -9$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (1 E_R och 1 C_R)



BM och AM är radier.

$\wedge B = \wedge A$

$\wedge$ MPA $180° - 110° = 70°$

$\wedge A$ är då $180° - (90° + 70°) = 20°$

$\wedge B = 20°$

$\wedge v$ är då $180° - (20° + 110°) = 50°$

Kommentar: Elevlösningar visar en korrekt bestämning av vinkeln *v*. Elevlösningen visar ett resonemang där vissa motiveringar saknas, t.ex. motiveras inte varför "$\wedge B = \wedge A$". Lösningen är trots dessa brister lätt att följa och anses nätt och jämnt uppfylla kravet för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (2 C_P)

$$\sqrt{5-x} + 3 = x$$

$$\sqrt{5-x} = x - 3$$

$$5-x = (x-3)^2$$

$$5-x = (x-3)(x-3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$$

$$5-x = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 - 4 + 2{,}5^2 = 2{,}5^2 - 4$$

$$\sqrt{(x-2{,}5)^2} = \sqrt{2{,}25}$$

$$x - 2{,}5 = \pm 1{,}5$$

$$x = 2{,}5 \pm 1{,}5 \qquad x_1 = 4 \qquad x_2 = 1$$

Falsk rot

Kommentar: Elevlösningen är i huvudsak korrekt men ingen motivering ges till varför den falska roten uteslutits. Därmed ges lösningen inte resonemangspoängen.

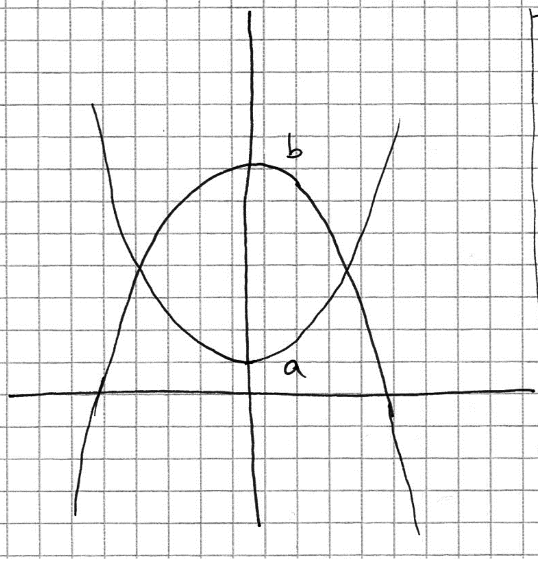
Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 C_B)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$

Antalet skärningspunkter beror på hur konstanterna a och b väljs



Om $b > a$ är antalet skärningspunkter = 2

Om $b = a$ är antalet skärningspunkter = 1

Om $b < a$ är antalet skärningspunkter = 0

Kommentar: Elevlösningen visar hur graferna ser ut i fallet $b > a$. Utifrån skissen dras en korrekt slutsats. Slutsatserna i de övriga två fallen är också korrekta men resonemang, i form av skisser, saknas. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng på C-nivå.

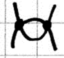
Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a \quad g(x) = -x^2 + b$

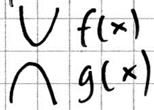
$f(x)$ har en minimipunkt (x^2 är positiv)

$g(x)$ har en maximipunkt (x^2 är negativ)

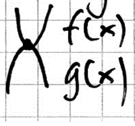
om $a <$ maximipunkt $g(x)$ har graferna 2 skärningspunkter
detsamma gäller om $b >$ minimipunkt $f(x)$



om $a >$ maximipunkt $g(x)$ har graferna inga skärnings-
punkter. Detsamma gäller om $b <$ minimipunkt $f(x)$



om $a =$ maximipunkt $g(x)$ eller om $b =$ minimipunkt $f(x)$
har graferna 1 skärningspunkt

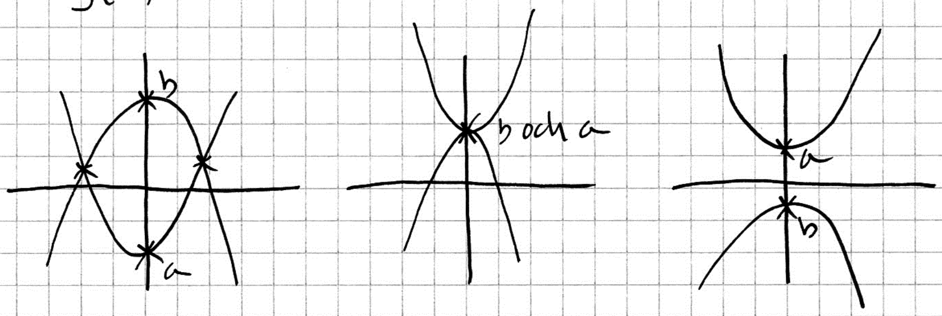


Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Lösningen visar även att grafen till *f* har en minimipunkt och att grafen till *g* har en maximipunkt. Sammantaget motsvarar lösningen samtliga möjliga poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$



Är $b > a$ finns två skärningspunkter

Är $b = a$ finns en skärningspunkt (där a och b ligger)

Är $a > b$ finns ej någon skärningspunkt.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Av skisserna framgår att funktionerna har samma symmetrilinje i alla tre fallen samt att *a* är minsta värde för *f* och att *b* är största värde för *g*. Lösningen som helhet uppfyller kravet på var och en av de tre möjliga poängen.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y = kx + m$

$y = 1x - 5$

$y = x - 5$

Svar: $y = x - 5$

Kommentar: Elevlösningen innehåller visserligen ett korrekt svar men eftersom det inte framgår hur ekvationen bestämts uppfylls inte kravet på godtagbar ansats.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 E_R)

Graf (F)

-Har 2 nollställen då Parabelns mittlinje och maximi punkt är ovanför origo

Graf (H)

-Har 1 nollställe då grafen ej kommer att tangera varken x eller y axeln efter det första nollstället

Graf (G)

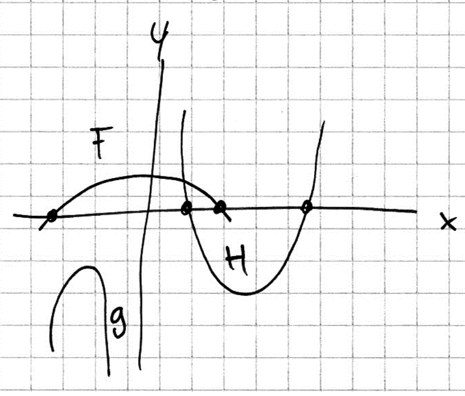
-Har inget nollställe då grafens maximipunkt ej tangerar med x-axeln och grafen kommer att följa men aldrig tangera y-axeln

Kommentar: Elevlösningen visar fel antal nollställen angivna för graf *h*. Därmed uppnås inte kravet för begreppspoängen. När det gäller graferna *f* och *g* anges en egenskap hos andragradsfunktioner i och med resonemanget kring hur maximipunktens placering ovanför respektive nedanför *x*-axeln påverkar antalet nollställen. Lösningen ges därmed resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_R)

F = 2 nollställen
H = 2 nollställe
g = Inga nollställen

För att f och h skär x-axeln men g skär inte x-axeln därför saknar den nollställen.



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt skissad graf som förklaring till de korrekt angivna nollställena för de tre graferna. Skissen tillsammans med ”*g* skär inte *x*-axeln därför saknar den nollställen” anses vara nätt och jämnt tillräckligt för att kravet för resonemangspoäng ska vara uppfyllt. Skissen är inte tillräcklig för att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå ska vara uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_B, 1 E_R och 1 C_K)

f grafens extrempunkt är en maximipunkt som är belägen över x axeln och har därför två nollpunkter

g grafen har en maximipunkt som är belägen under x axeln och saknar därför nollställen.

h grafen har en minimipunkt som är under x axeln och har därmed två nollställen

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig lösning med korrekt antal nollställen angivna samt ett godtagbart resonemang som omfattar de egenskaper hos var och en av funktionerna som leder till antalet nollställen. Lösningen är möjlig att följa och förstå och trots att den felaktiga termen ”nollpunkter” används vid beskrivning av graf *f* så anses lösningen även uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (0 poäng)

b) $5{,}6 = -\lg x$

$\lg x = -5{,}6$

$x = 10^{-5{,}6}$

Svar: Koncentrationen av vätejoner i vattnet var $10^{-5{,}6}$ mol/dm^3.

Kommentar: I elevlösningen ges ett svar som innehåller ett ej beräknat uttryck. Därmed uppfylls inte kravet på godtagbart svar.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_B)

$x, 34, y$

$$\frac{x + 34 + y}{3} = 26$$

$y - x = 30$

Kommentar: Elevlösningen visar på förståelse av de tre begreppen median, medelvärde och variationsbredd. Därmed uppfylls kravet för begreppspoängen.

Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_{PL} och 1 C_K)

$x, 34, y$

Median

variationsbredd ger:

$y = x + 30$

Medel: $26 = \frac{x + 34 + x + 30}{3}$

$78 = 2x + 64$

$14 = 2x \Rightarrow x = 7$

svar: 7, 34, 37

Kommentar: Lösningen är lätt att följa och förstå och uppgiften behandlas i sin helhet. Eftersom uppgiftens karaktär är sådan att kortfattad lösning är tillräcklig anses även kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Uppgift 22b

Elevlösning 1 (2 E_M)

b.) SVAR: 0,5 %

$y = C \cdot a^x$

$6{,}63 = 7{,}29 \cdot a^{21}$

$\frac{6{,}63}{7{,}29} = a^{21}$

$0{,}909 = a^{21}$

$0{,}909^{1/21} = a$

$a = 0{,}995$

Prövning

$7{,}29 \cdot 0{,}995^{21} \approx 6{,}6$

Det stämmer.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men innehåller en avrundning i beräkningarna som leder till otillräcklig noggrannhet i svaret. Lösningen bedöms trots detta uppfylla kraven för båda poängen på deluppgiften.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

Emelie hade de exakta värdena när hon beräknade medelvärdet för längderna, medans anton fick bara de värden som fanns på histogrammet, utan måste multiplicera längden med frekvensen på alla längder i histogrammet. Detta gör att Anton bara får medelvärdet för histogrammet, medans Emelie får ett medelvärde för längden.
Anton måste i detta fallet multiplicera den frekvens som finns vid varje längd-kategori och sedan dela det värdet med den totala frekvensen. Detta gör att medelvärdet för histogrammet blir 176,1 cm medans medelvärdet för längden är 175,5 cm.

Kommentar: Elevlösningen saknar en förklaring som visar insikt om att Anton använder klassmitten i sina beräkningar. Därmed uppfylls inte kravet för resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_R)

Antons metod:

$$\frac{165 \cdot 7 + 175 \cdot 5 + 185 \cdot 3 + 195 \cdot 3}{18} = 176{,}1$$

Emelies metod:

$$\frac{160 \cdot 7 + 170 \cdot 5 + 180 \cdot 3 + 190 \cdot 3 + 200 \cdot 3}{21} = 175{,}5$$

Svar: Anledningen till att medelvärdena blir olika vid de olika metoderna är för att Anton har utgått från medelvärdet av varje stapel medan Emelie har utgått från det minsta och största värdet i varje stapel.

Kommentar: Elevlösningen innehåller en beräkning som förklaring till att Anton använder klassmitten i sina beräkningar. Däremot är beskrivningen av Emelies metod felaktig.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

ANTON RÄKNAR UT MEDELVÄRDET GENOM ATT:

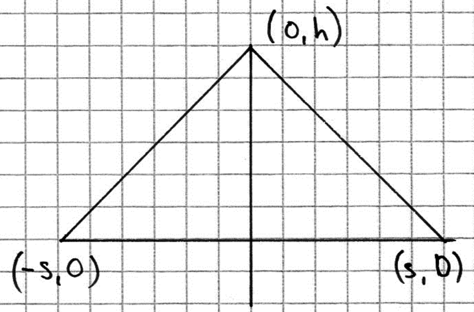
$$\frac{(165 \cdot 7) + (175 \cdot 5) + (185 \cdot 3) + (195 \cdot 3)}{18} = 176{,}1$$

EMELIE DÄREMOT HAR DE EXAKTA MÄTVÄRDENA FRÅN VAR OCH EN AV PERSONERNA OCH INTE ETT INTERVALL SOM ANTON HAR. HON HAR ALLTSÅ ANDRA UPPGIFTER SOM INTE KAN LÄSAS UR HISTOGRAMMET.

Kommentar: Elevlösningen innehåller, förutom en korrekt förklaring till Antons metod, en förklaring till varför deras värden blir olika. Det framgår att Emelie använder exakta mätvärden. Däremot är formuleringen ”Hon har alltså andra uppgifter som inte kan läsas ur histogrammet.” vag då det inte framgår vilka andra uppgifter som avses. Trots detta uppfyller lösningen nätt och jämnt kravet för resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 A_{PL} och 1 A_K)



Avståndet mellan (-s,0) och (s,0) är:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

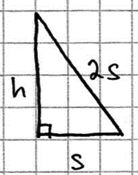
$d = \sqrt{(s-(-s))^2 + (0-0)^2}$

$d = \sqrt{(2s)^2} = \sqrt{4s^2} = 2s$

Triangeln är liksidig $\Leftrightarrow$ alla sidor är lika långa

Alla sidor har längden 2s

Man kan dela upp triangeln i två rätvinkliga trianglar:



Enligt pythagoras sats:

$(2s)^2 - s^2 = h^2$

$4s^2 - s^2 = h^2$

$h^2 = 3s^2$

$h = 3s$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2s \cdot 3s}{2} = \frac{6s^2}{2} = 3s^2$

Svar: $A = 3s^2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar problemet i sin helhet och är i huvudsak korrekt men innehåller ett fel då $h^2 = 3s^2$ blir $h = 3s$. På grund av detta fel uppfylls inte kravet för andra problemlösningspoängen, däremot anses kravet för kommunikationspoängen vara uppfyllt.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})

Pythagoras sats ger att:

$$h^2 + s^2 = (2s)^2 = 4s^2$$

$$h = \sqrt{4s^2 - s^2} = \sqrt{3}\, s$$

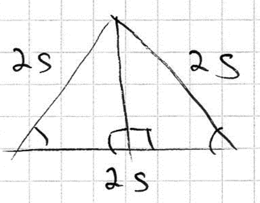
$$A = s \cdot h = s^2 \sqrt{3}$$

Svar: Arean är $\sqrt{3}\, s^2$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men svår att följa och förstå. T.ex. används $A = sh$ utan motivering. Därmed uppfylls inte kravet för kommunikationspoängen.

Elevlösning 3 (2 A_{PL} och 1 A_K)

Då den är liksidig är alla sidor lika $\Rightarrow$



Pythagoras sats gäller då den är rätvinklig

$$s^2 + h^2 = (2s)^2$$
$$s^2 + h^2 = 4s^2$$
$$h^2 = 4s^2 - s^2$$
$$h = \sqrt{3s^2}$$
$$h = \sqrt{3}\, s$$

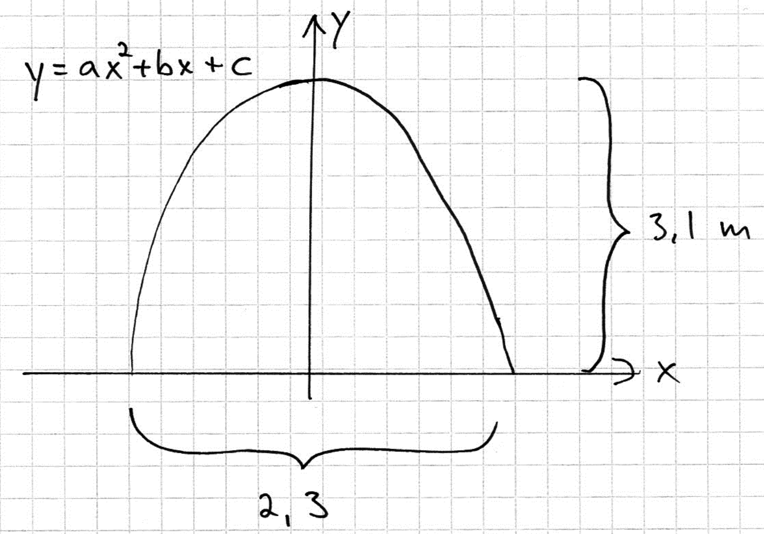
$$A = \frac{B \cdot h}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{2s \cdot \sqrt{3}\, s}{2} = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}\, s^2}{\cancel{2}} = \sqrt{3}\, s^2$$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. I figuren finns inte *h* utsatt, men lösningen uppfyller ändå kravet på kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 A$_M$)



Varje meter motsvarar 1 i koordinatsystemet!

Kurvan skär y-axeln på $y = 3,1$

Andragradsfunktionens c-värde är alltså 3,1.

$\frac{2,3}{2} = 1,15$

0-ställerna är $(-1,15; 0)$ och $(1,15; 0)$

- a-värdet är negativt eftersom kurvan har en maximipunkt.

Då a-värdet är $-2,34$ (vilket jag fick fram med hjälp av grafritande räknare) skär grafen x-axeln vid $-1,15$ samt $1,15$.

Funktionen är alltså:

$y = -2,34x^2 + 3,1$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning som utgår från en korrekt skissad graf och där räknaren använts för att ta fram funktionen. Eftersom förklaring till hur räknaren använts och redovisning av hur konstanten *b* har bestämts saknas uppfylls inte kravet för kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9 Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12 Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4 Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:____________________________ **Klass:**________________ **Provbetyg:** _____________

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1a												
	1b												
	2												
	3												
	4a												
	4b												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b												
	8a												
	8b_1												
	8b_2												
	9_1												
	9_2												
Del C	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13_1												
	13_2												
	13_3												
	14_1												
	14_2												
	14_3												
	15_1												
	15_2												
	15_3												
	16_1												
	16_2												

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	20a												
	20b												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22a												
	22b_1												
	22b_2												
	22c_1												
	22c_2												
	23_1												
	23_2												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	Total												
Σ													

	Total	**5**	**6**	**8**	**5**	**5**	**8**	**5**	**7**	**2**	**0**	**8**	**7**
Σ	**66**	**24**				**25**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation