

Namn: FACIT

Del 1 – Utan miniräknare - Endast svar krävs! (utom på uppgift 9d)

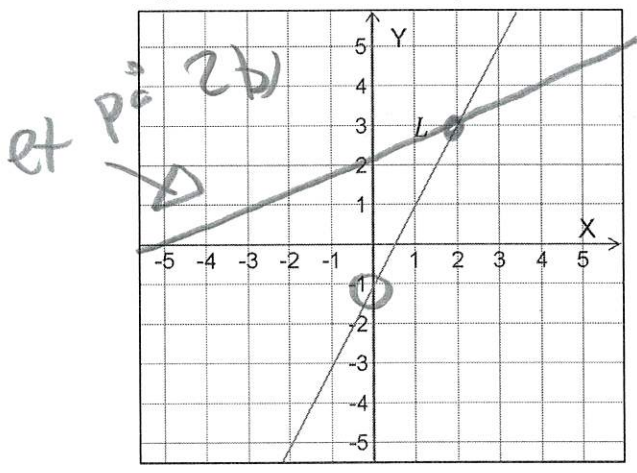
Skriv svaren direkt på provpappret!

1. Bestäm värdet av  $36^{1/2}$

$36^{1/2} = \sqrt{36}$

Svar:  $\sqrt{36} = 6$  (1/0/0)

2. Figuren visar den räta linjen L



" $y = kx + m$ "  
 $m =$  Skärning med  $y$ -axeln  $= -1$   
 $k =$  Lutningen  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1} \Rightarrow k = 1$

- a) Ange ekvationen för linje L

Svar:  $y = x - 1$  (1/0/0)

- b) Rita i figuren ovan en linje som tillsammans med linje L bildar ett ekvationssystem med lösning i punkten (2,3)

Lösning = Skärningspunkt.

(1/0/0)

3. En hobbybagare har bakat två stora prinsesstårter. Dessa såldes båda för 150 kr / st. Bagaren har dessutom bakat många plåtar med biskvier. Dessa säljs för 10 kr / st.

- a) Ange en funktion på formen  $y = kx + m$  som beskriver bagarens totala försäljningsintäkt om hon förutom tårtorna även säljer  $x$  st biskvier.

Intäkt = Biskvier =  $10 \cdot x$   
 +  
 Tårter =  $300$

Svar:  $y = 10x + 300$  (1/0/0)

- b) Om bagaren lyckas sälja alla biskvier blir den totala intäkten 740 kr. Hur många biskvier har då sålts totalt?

" $y = 740$ "

Svar: 44 st (1/0/0)

$\Rightarrow 10x + 300 = 740$   
 $x = 44$

4. För funktionen  $f$  gäller  $f(x) = 2x - 6$ .

a) Bestäm värdet av  $f(5)$

Svar:

$$f(5) = 2 \cdot 5 - 6 = 4$$

(1/0/0)

a) Lös ekvationen  $f(x) = -4$

"Vilket  $x$  ger svaret  $-4$ ?"

Svar:

$$2x - 6 = -4 \Rightarrow x = 1$$

(1/0/0)

5. Figuren till höger visar en andragsgradsfunktion,  $f$ .  
Använd figuren för att besvara frågorna nedan.

a) Bestäm värdet av  $f(0)$

Svar:

$$-2$$

(1/0/0)

b) Bestäm symmetrilinjens ekvation

Svar:

$$x = -2,5$$

(1/0/0)

c) Bestäm funktionens nollställen

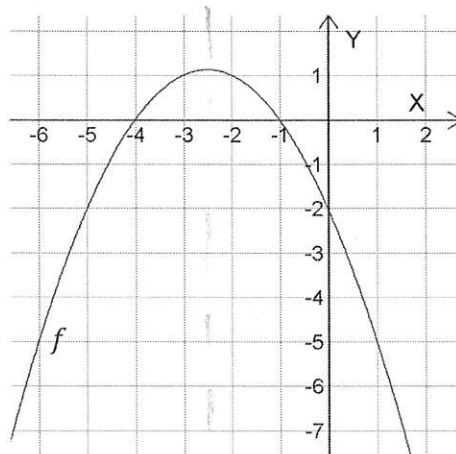
Svar:

$$x_1 = -4, x_2 = -1$$

(1/0/0)

nollställen = Skärningen med  $x$ -axeln.

symm. linje  $x = -2,5$



6. Värdet på en dator,  $V$ , väntas under några år beskrivas av modellen

$$V(x) = 6000 \cdot 0,55^x$$

där  $x$  är antalet år som gått sedan datorn köptes in.

För. faktor = 0,55  
 $\Rightarrow -45\%$

a) Hur många procent minskar datorns värde varje år?

Svar:

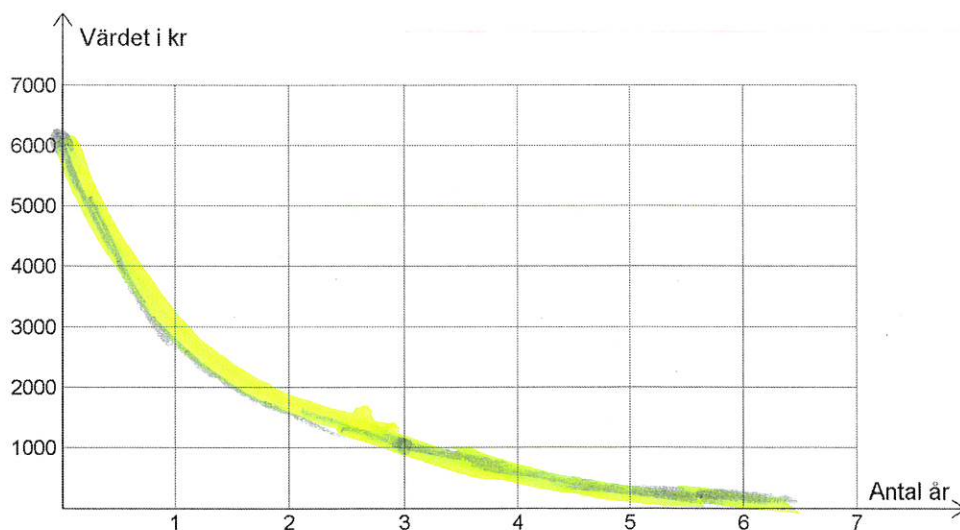
$$-45\%/\text{år}$$

(1/0/0)

b) Efter tre år är datorn värd ungefär 1000 kr.

Gör en **grov skiss** av grafen till  $V$  i koordinatsystemet nedan.

(1/0/0)



7. För en andragsradsfunktion gäller att dess ena nollställe är  $x_1 = -3$  och dess symmetrilinje är vid  $x = 2$ .

Ange det andra nollstället.



Svar:                       $x = 7$  (1/0/0)

8. Förenkla potenserna nedan.

a)  $5^{4/6} \cdot 5^{2/6}$

$\Rightarrow$  exp. adderas  
 $5^{4/6+2/6} = 5^{6/6} = 5^1 = 5$

Svar:                      (1/0/0)

b)  $\frac{x^{6/3}}{x^{4/3}}$

$\Rightarrow$  exp subtraheras  
 $x^{6/3-4/3} = x^{2/3}$

Svar:                      (1/0/0)

c)  $(2x^3)^2 = 25 + (2x^3)$   
 $= 2x^3 \cdot 2x^3$

Svar:                       $4x^6$  (1/0/0)

9. Lös ekvationerna. Svara exakt!

a)  $4 - 10x = 24$

$\Rightarrow$   
 $4 - 10x = 24$   
 $-24$                        $-24$   
 $-20 = -10x$   
 $10x = -20$   
 $x = -2$

Svar:                       $x = -2$  (1/0/0)

b)  $(x - 4) \cdot (x + 6) = 0$

$x_1 = 4$                        $x_2 = -6$

Svar:                       $x_1 = 4$      $x_2 = -6$  (1/0/0)

c)  $x^5 = 10$

"x nere"  $\Rightarrow \sqrt{\quad}$

Svar:                       $x = \sqrt[5]{10} = 10^{1/5}$  (1/0/0)

d)  $x^2 - 8x - 20 = 0$

**OBS! Viss redovisning krävs!**

pg!

$\triangle + 4$        $\underline{4} \cdot \underline{4} + 20 = 36$        $x_1 = \triangle + \square$   
 $\square$                        $\leftarrow \sqrt{\quad}$                        $x_2 = \triangle - \square$

Svar:                       $x_1 = 10$      $x_2 = -2$  (2/0/0)





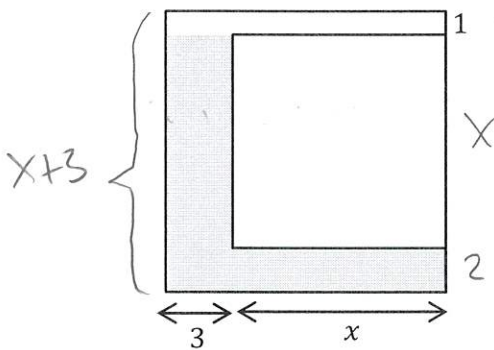
Del 1b – Uträkningar krävs! Skriv svaren direkt på provpappret, eller på lösblad!

15. Nedan visas två kvadrater där den ena är inuti den andra.

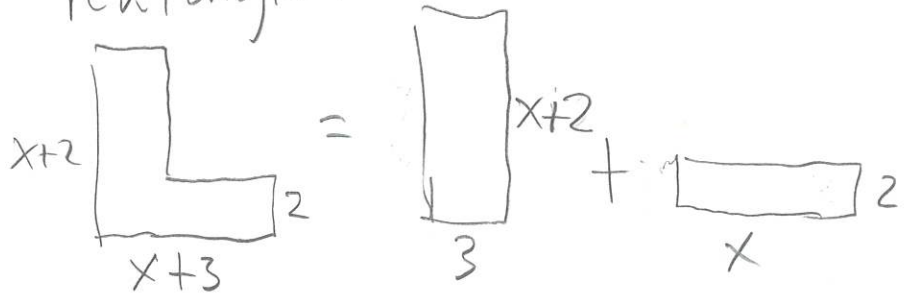
Den större kvadraten har sidan  $x + 3$  och den mindre har sidan  $x$ .

Ta fram ett förenklat uttryck för det markerade områdets area

(3/0/0)



Området består av två rektanglar:



$$\begin{aligned} \text{Area} &= 3 \cdot (x+2) + x \cdot 2 = \\ &= 3x + 6 + 2x = 5x + 6 \end{aligned}$$

16. Lös ekvationssystemet nedan.

(2/0/0)

$$\begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ -x + 4y = 4 \end{cases}$$

Add. metoden.

$$\begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ -x + 4y = 4 \end{cases}$$

Det funkar direkt att slå ihop (y:na tar ut varandra)

$$2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

Med  $x = 2$

fås  $y$  genom att stoppa in  $x = 2$  i ngn ekv

(det räcker med en)

$$3 \cdot 2 - 4y = 0$$

$$-2 + 4y = 0$$

$$\begin{aligned} 4y &= 2 \\ y &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 0,5 \end{aligned}$$

$$(2, 0,5)$$

Namn: FACIT

Del 2 – Med miniräknare - Skriv svaren direkt på provpappret!

D1. Lös ekvationen  $x^3 = 20$ .

(1/0/0)

Endast svar krävs!

Svara med 2 decimaler!

Lös el.  $\sqrt[3]{20, 3} \Rightarrow x = \sqrt[3]{20} \approx 2,71$

D2. Inga kastar ett inkast i fotboll. Inkastet kan beskrivas med modellen

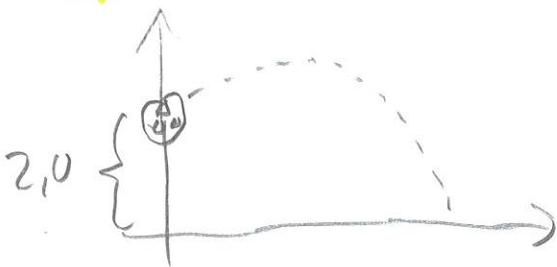
$$h(x) = -0,02x^2 + 0,2x + 2,0$$

där  $h(x)$  är bollens höjd över marken och  $x$  är det horisontella avståndet i meter längs marken från kastets start.

a) Förklara vad talet 2,0 betyder i det här sammanhanget.

(1/0/0)

Höjden som bollen kastas i från, dvs 2 m.



b) Bestäm efter hur många meter längs marken bollen är som högst.

(2/0/0)

Bollen är som högst vid symm. linjen

Den ges av "△" vid pq  
 $-0,02x^2 + 0,2x + 2$  Dela med  $-0,02 \Rightarrow$

$$x^2 - 10x - 100 \Rightarrow \text{Efter } 5 \text{ meter.}$$

$$\begin{array}{r} \triangle \\ +5 \\ \hline 5 \cdot 5 + 100 \end{array}$$

Detta kan också lös med kommandot Extrempunkt  $\Rightarrow (5, 2.5) \Rightarrow 5 \text{ m}$

D3. På ett växlingskontor kan man köpa euro enligt en fast växelkurs.  
Vid varje växlingstillfälle tillkommer också en fast växlingsavgift.

140 euro kostar 1325 kr

310 euro kostar 2855 kr

Ta fram en funktion på formen  $y = kx + m$

där  $y$  är antal kronor det kostar att köpa  $x$  euro.

(2/0/0)

Kan lösas algebraiskt el. direkt i Geogebra:

→  
algebraiskt

1) Bestäm  $k$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2855 - 1325}{310 - 140} = 9$$

2) Bestäm  $m$

$$k = 9 \quad (140, 1325) \Rightarrow 9 \cdot 140 + m = 1325$$

$$m = 65$$

→  
Geogebra

f/Skriv in två punkter

(140, 1325) (310, 2855)

2) Använd Linje  
el. RegressionsLin

$$\Rightarrow y = 9x + 65$$

D4. Figuren visar grafen till andragradsfunktionen  $f$

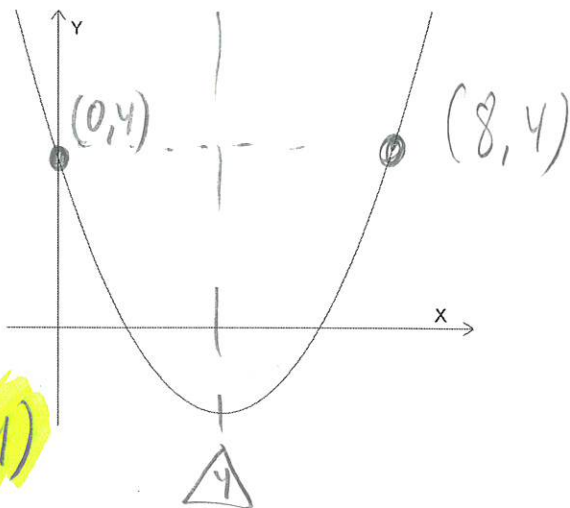
a) Punkten  $(0, 4)$  ligger på grafen  
och symmetrilinjen är vid  $x = 4$ .

Ange en annan punkt som ligger på grafen.

Endast svar krävs!

(1/0/0)

Det finns en punkt på  
andra sidan om symm. linjen  
med samma  $y$ -värde  $\Rightarrow (8, 4)$



b) Funktionen kan skrivas på formen  $f(x) = ax^2 - 6x + c$

Avgör för var och en av konstanterna  $a$  och  $c$  om de är positiva eller negativa tal.

Motivera ditt svar!

(2/0/0)

$a$  är positiv, eftersom grafen "är glad" ↗

$c$  är positiv, eftersom grafen korsar  $y$ -axeln  
på den positiva sidan ( $c = +4$  enl. a)-uppg.)

D5. Hos en familj på landet finns två typer av husdjur - hundar och hönor.

Det är tillsammans 21 husdjur och de har tillsammans 68 ben.

Hur många hundar respektive hönor har familjen?

(3/0/0)

Ställ upp ett ekv. system och lös det med Geogebra.

1) Bestäm innebörden av  $x$  och  $y$   
ex:  $x = \text{Antal hundar}$   
 $y = \text{Antal hönor}$

2) Ställ upp 2 ekv (= ekv. system)

"Tillsammans 21 djur"  $\Rightarrow x + y = 21$

"Tillsammans 68 ben"  $\Rightarrow 2x + 4y = 68$

3) Lös med skärning, el. Lös.

$\Rightarrow x = 8 \Rightarrow 8 \text{ st hundar}$   
 $y = 13 \Rightarrow 13 \text{ st hönor}$

D6. En groda gör ett grodhopp. Hoppets höjd över marken kan beskrivas med

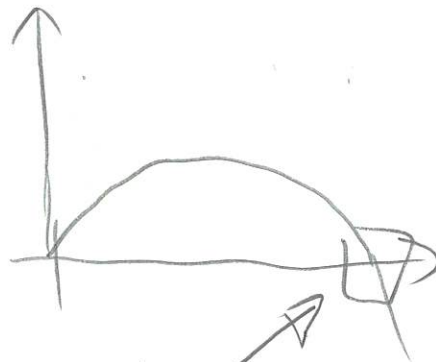
funktionen  $f(x) = -0,2x^2 + 0,8x$

där  $f$  är höjden över marken i meter och  $x$  är antalet meter längs marken.

Hur långt hoppade grodan?

(2/0/0)

Rita grafen  $f(x)$ :



Skärning  $(f, 0)$  ger  $x = 4$

Även pq kan användas;

eller kommandot Lös ( $f=0$ )

$x_1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 0$

$x_2 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 4$

pq:  $-0,2x^2 + 0,8x + 0 = 0$  [Dela med  $-0,2$ ]  
 $x^2 - 4x + 0 = 0$

$\frac{4 \pm \sqrt{2 \cdot 2 - 0}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$   
 $\Rightarrow 4 \text{ m}$

- D7. Samma dator som nämndes på förra provdelen dyker upp igen!  
Datorns värde kunde bestämmas med funktionen  $V(x) = 6000 \cdot 0,55^x$   
där  $V$  är datorns värde i kronor och  $x$  är antal år som gått sedan inköpet år 2014.

Bestäm  $V(5)$  och tolka vad svaret betyder i detta sammanhang.

(2/0/0)

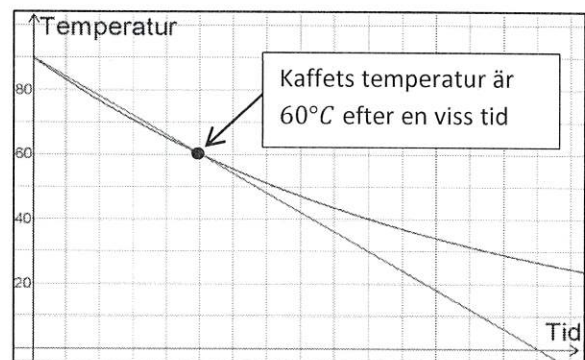
$$V(5) = 6000 \cdot 0,55^5 \approx 302$$

Datorns värde är ca 300kr år 2019  
(dvs 5 år efter inköpet)

- D8. En kopp med  $90^\circ\text{C}$  kaffe ställs på ett bord  
i ett rum med den konstanta temperaturen  $20^\circ\text{C}$ .  
Efter en stund har kaffets temperatur sjunkit  
till  $60^\circ\text{C}$ .

En matematiker föreslår två stycken  
tänkbara modeller för hur kaffets temperatur  
kommer ändras.

Dessa är en *linjär modell* och en *exponentiell  
modell*, och visas som de båda graferna i figuren.



- a) För den linjära modellen gäller formeln  $T = 90 - 5x$  där  
 $T$  är kaffetemperaturen i  $^\circ\text{C}$  och  $x$  är antalet minuter som gått  
sedan kaffet ställdes på bordet.

Vad innebär siffran  $-5$  i formeln i detta sammanhang?

(1/0/0)

Att kaffets temp. sjunker med  
 $5^\circ\text{C}$  varje minut.

- b) Vilken av modellerna verkar mest trolig för att beskriva  
kaffets temperatur när koppen står i rummet?

Motivera ditt svar!

(2/0/0)

Den exponentiella modellen är mest trolig.  
Den linjära tar ingen hänsyn till rummets  
temp och kommer t.o.m ge negativa  
temp, vilket blir helt orimligt.